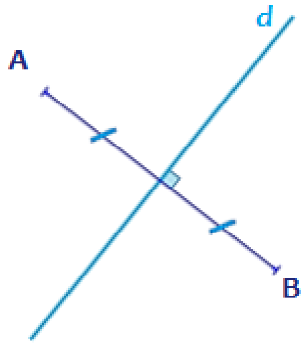
I – Reconnaître et construire la médiatrice d'un segment

Définition

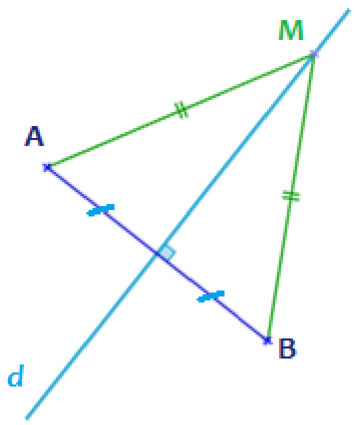
La **médiatrice** d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment passant par son milieu.



- d est la médiatrice du segment $[AB]$
- d est l'axe de symétrie du segment $[AB]$

Propriétés

- Si un point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$, alors $MA = MB$.
- Réciproquement, si $MA = MB$, alors M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.
- Ainsi, la médiatrice d'un segment est l'ensemble de tous les points situés à **égale distance** des extrémités de ce segment.



- M appartient à la médiatrice d de $[AB]$
- $AM = MB$

Application :

Construire la médiatrice d d'un segment $[MN]$. Placer le point P sur cette droite hors de $[MN]$.
Montrer que MNP est un triangle isocèle.

II – Construire le cercle circonscrit à un triangle

Propriétés

- Les trois sommets d'un triangle appartiennent à un même **cercle circonscrit** à ce triangle.
- Les médiatrices des trois côtés d'un triangle sont **concourantes** en un point qui est le **centre** du cercle circonscrit au triangle.

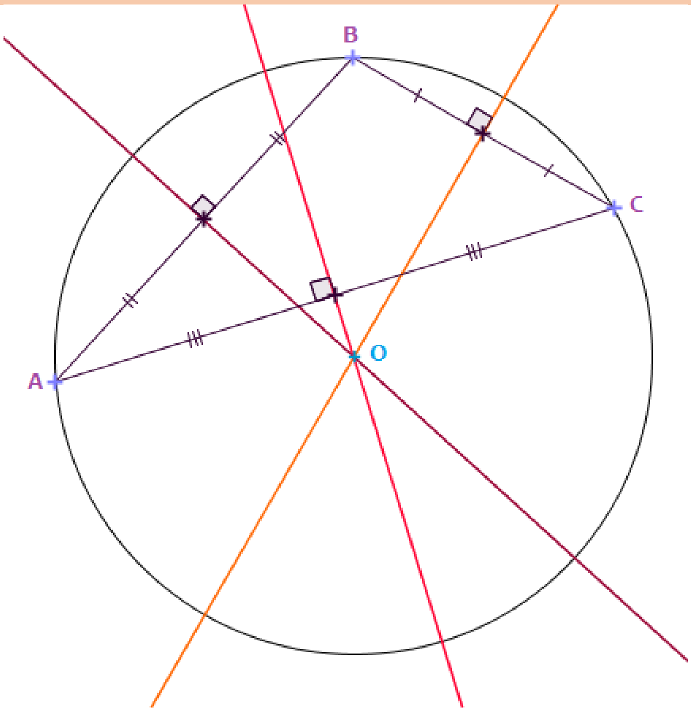
Démonstration :

On appelle O le point de concourt des médiatrices des côtés $[AB]$ et $[BC]$.
Le point O est un point de la médiatrice du segment $[AB]$; donc $OA = OB$.
Le point O est un point de la médiatrice du segment $[BC]$; donc $OB = OC$.

On obtient donc $OA = OC$; le point O est donc aussi sur la médiatrice du côté $[AC]$.

Le point O est équidistant de A, de B et de C qui sont les trois sommets du triangle ABC.

Le cercle de centre O et de rayon OA passe par les trois points $A, B\ et\ C$: c'est le cercle circonscrit au triangle.



Remarques :

- Lorsqu'il existe, le cercle **circonscrit** à un polygone passe par tous les sommets du polygone.
- On dit alors que le polygone est **inscrit** dans le cercle.

Application : construire un triangle RST quelconque, puis construire le cercle circonscrit à ce triangle.

III – Hauteurs d'un triangle

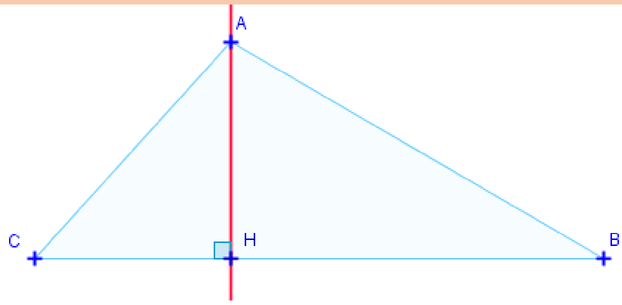
Définition

Dans un triangle, une **hauteur** est une droite passant par un **sommet** et **perpendiculaire au côté opposé** à ce sommet.

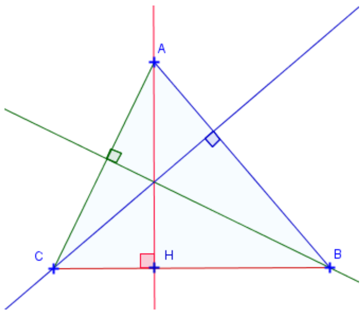
Exemple :

Dans le triangle ABC ci-contre, la droite (AH) est la **hauteur issue du sommet A** ; on dit aussi la **hauteur associée au côté $[CB]$**.

$$(AH) \perp (CB)$$



Remarque : un triangle a trois côtés, donc trois hauteurs.



IV – Médiane d'un triangle

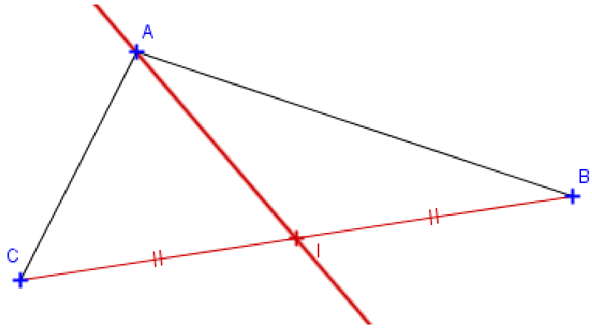
Définition

Dans un triangle, une **médiane** est une droite passant par un **sommet** et par le **milieu du côté opposé** à ce sommet.

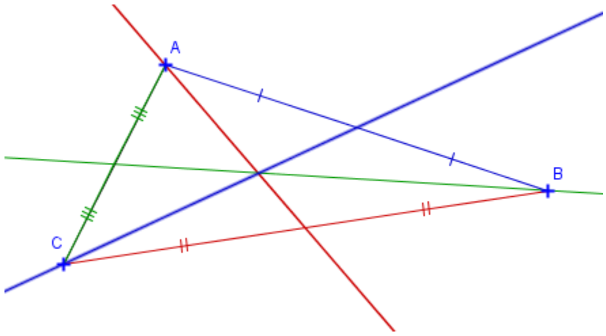
Exemple :

Dans le triangle ABC ci-contre, la droite (AI) est la **médiane issue du sommet A** ; on dit aussi la **médiane associée au côté $[CB]$.**

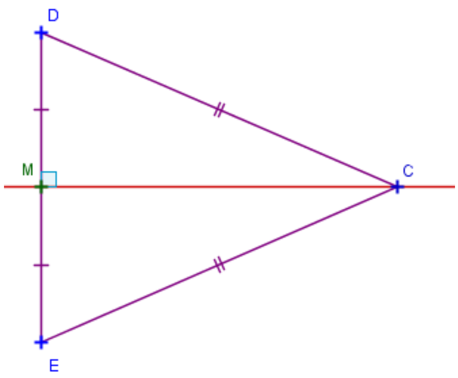
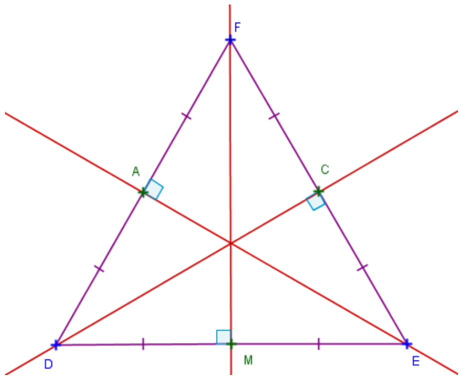
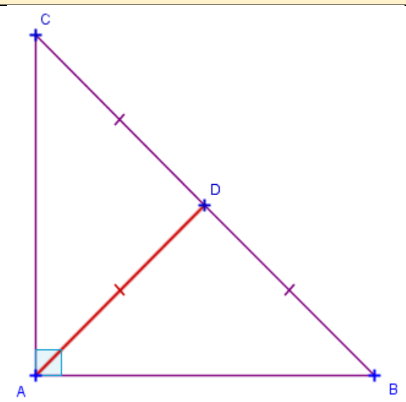
I est le milieu de $[CB]$.



Remarque : un triangle a trois côtés, donc trois médianes.



Cas particuliers

Triangle isocèle	Triangle équilatéral	Triangle rectangle
		
La **médiane** (BM) issue du sommet principal est aussi **hauteur** et **médiatrice**.	Les trois **médianes** $(DK), (EI) et (FJ)$ sont aussi **hauteurs** et **médiatrices**.	La **médiane** $[OR]$ issue de l'angle droit **mesure la moitié de l'hypoténuse** $[PQ]$.