Activité – A la découverte des règles de priorité

Partie A : un professeur a demandé à ses élèves de calculer l'expression $9 - 2 + 3$.
Jules trouve 4 et Yasmina trouve 10.

1) Comment ont-ils procéder ?
2) Qui de Jules ou de Yasmina a trouvé la bonne réponse ?
3) Quelle règle de calcul permet de trouver le bon résultat ?

Partie B : ensuite, le professeur leur a demander de calculer l'expression $12 \div 2 \times 3$.
Jules trouve 18 et Yasmina trouve 2.

1) Comment ont-ils procéder ?
2) Qui de Jules ou de Yasmina a trouvé la bonne réponse ?
3) Quelle règle de calcul permet de trouver le bon résultat ?

Partie C : un élève achète un cahier à 3€ et des feutres à 5€. Il paie avec un billet de 10€.
Pour déterminer la somme qu'il lui reste il écrit le calcul suivant : $10 - 3 + 5$.
Cette expression correspond-elle à la situation ? Si oui, la calculer. Si non, la compléter.

I – Calculer une expression numérique

1 – Calculer une expression sans parenthèses

Méthode 1 :

- Dans une expression **sans parenthèses** ne comportant que des **additions** et des **soustractions**, on effectue les opérations dans l'ordre, **de la gauche vers la droite**.

Exemples :

$$A = 7 - 3 + 2 \qquad B = 8 + 4 - 2$$
$$A = 4 + 2 \qquad B = 12 - 2$$
$$A = 6 \qquad B = 10$$

Méthode 2 :

- Dans une expression **sans parenthèses** ne comportant que des **multiplications** et des **divisions**,
on effectue les opérations dans l'ordre, **de la gauche vers la droite**.

Exemples :

$$C = 3 \times 6 \div 2 \qquad D = 12 \times 3 \div 6$$
$$C = 18 \div 2 \qquad D = 36 \div 6$$
$$C = 9 \qquad D = 6$$

Remarque : dans une expression sans parenthèses, ne comptant que des additions (ou que des multiplications), on effectue les opérations dans l'ordre que l'on veut.

Par exemple :

$$E = 25 + 9 + 75 = 25 + 75 + 9 = 100 + 9 = 109.$$
$$F = 2 \times 4{,}3 \times 5 = 2 \times 5 \times 4{,}3 = 10 \times 4{,}3 = 43.$$

Méthode 3 :

- Dans une expression **sans parenthèses**, les multiplications et les divisions sont **prioritaires** sur les additions et les soustractions.

Exemples :

$$G = 8 + 3 \times 6 \qquad H = 8 - 8 \div 4$$
$$G = 8 + 18 \qquad H = 8 - 2$$
$$G = 26 \qquad H = 6$$

2 – Calculer une expression avec parenthèses

Méthode 4 :
- Dans une expression **avec parenthèses**, on effectue en priorité les calculs entre parenthèses les plus intérieures.

Exemples :

$A = (8+2) \times 3$
$A = 10 \times 3$
$A = 30$

$B = 8 + (2 \times 3)$
$B = 8 + 6$
$B = 14$

$C = [7 - (3+2)] \times 4$
$C = (7-5) \times 4$
$C = 2 \times 4$
$C = 8$

Remarques :
- Les crochets jouent le même rôle que les parenthèses.
- Il faut faire attention aux parenthèses « cachées » dans une écriture fractionnaire.
  Par exemple :

$$\frac{3+2}{4} = (3+2) \div 4 \quad \text{et} \quad \frac{7}{5-1} = 7 \div (5-1).$$

***Application 1* :** Calculer l'expression $A = 12 \div [18 - (4-1) \times 5] \times 2$.

II – Expressions littérales

Partie A
La consigne d'une énigme mathématique débute ainsi :
« Choisir un nombre, le multiplier par 2, puis ajouter 3 au résultat.».
1. Choisissez un nombre. Qu'obtenez-vous en suivant cette consigne ?
2. Voici ce que quatre élèves ont écrit :
- Mayli : $5\times 2+3$
- Jade : $4 \times 2 + 3$
- Mathias : $10 \times 2 + 3$
- Kélian : $2{,}5 \times 2 + 3$

Si on choisit de mettre la lettre « n » à la place des nombres choisis, quelle expression obtient-on ?

Partie B
Eric a écrit l'expression « $n \times 4 + 1$ ».
1. Ecrire la consigne permettant d'établir cette expression.
2. Quel résultat obtient-on si l'on remplace « n » par 3 ?

1 – Utiliser une expression littérale

Définition
Une expression littérale est une expression qui contient des nombres et une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres dont la valeur peut changer.

Exemple :
Si on appelle c la longueur d'un côté d'un carré, l'expression littérale $4 \times c$ correspond au périmètre du carré. Elle indique que pour calculer le périmètre du carré, on multiplie par 4 la longueur du côté.

2 – Produire une expression

Exemple :
Safia invite ses copines au restaurant. Un repas coûte 7€, donner le prix à payer en fonction du nombre de personnes invitées.
Une quantité (ici le prix) doit être écrite en utilisant une autre quantité (ici le nombre de personnes).
Si n est le nombre d'invités, le prix à payer (en euros) est : $7 \times n$.

III – Développer ou factoriser une expression

Propriété – [Démontrée en exercice]

k, a et b désignant des nombres quelconques, on peut écrire :

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

Vocabulaire

On ***distribue*** k, on dit qu'on **développe**.

On met k en ***facteur***, on dit qu'on **factorise**.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

Exemples :

$A = 5 \times (4 + 3)$ $\quad B = 5 \times 4 + 5 \times 3$

$A = 5 \times 4 + 5 \times 3$ $\quad B = 5 \times (4 + 3)$

Un cas particuliers de factorisation : $C = 5 \times 7 + 5 = 5 \times 7 + 5 \times 1 = 5 \times (7 + 1)$.

Remarque : on a aussi

$$(a + b) \times k = a \times k + b \times k.$$

Application 2 :

Développer l'expression

$A = 8 \times (100 - 1)$

Factoriser l'expression

$B = 5 \times 38 + 5 \times 62$

IV – Simplifier une expression

Parfois **on n'écrit pas le signe** " $\times$ ", il est sous-entendu dans les cas suivants :

- Entre un nombre et une lettre **dans cet ordre.** *Exemple :* $3 \times a = 3a$ et $a \times 3 = 3 \times a = 3a$
- Entre deux lettres. *Exemple :* $b \times c = bc = cb$
- Devant une parenthèse. *Exemple :* $k \times (a + b) = k(a + b)$

Remarques :

- attention, $2 \times 3 \neq 23$; on ne peut pas enlever le signe " $\times$ " entre deux nombres !
- $a \times a$ s'écrit a^2 et se lit « a au carré ». Exemple : $5^2 = 5 \times 5 = 25$ et se lit « 5 au carré ».

V – Tester une égalité

Définitions

- Une écriture qui utilise le signe « $=$ » est une **égalité**.
- L'expression à gauche du signe s'appelle le **premier membre**.
- L'expression à droite s'appelle le **second membre**.

Exemples :

- ✓ Egalité pour lier deux étapes intermédiaires lors d'un calcul : $10 - (3 + 5) = 10 - 8$.
- ✓ Egalité pour exprimer le résultat d'un calcul : $10 - 8 = 2$.
- ✓ Egalité pour donner la valeur d'une mesure : la longueur en cm du segment $[AB]$ est $AB = 7$.
- ✓ Egalité pour donner une formule de calcul : l'aire A d'un rectangle est $A = l \times L$.

On dit qu'une égalité est **vraie** lorsque son premier membre est bien égal à son second membre.

Application 3 :

Vérifier si l'égalité $3a - 1 = 12 + a - 3$ est vraie pour $a = 5$? pour $a = 4$?