

Exercice 1 – Le trisecteur de Pascal

1. D'après le codage de la figure, que peut-on dire des triangles PAO et BAO ?

Le codage de la figure nous permet d'écrire $AP = AO = OB$.

Ainsi, les triangles PAO et BAO sont respectivement isocèles en A et en O .

2.

- a. Supposons que $\widehat{BPx} = 20^\circ$. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BOx} .

Comme PAO est isocèle en A et que $A \in [BP]$, on en déduit que $\widehat{OPA} = \widehat{AOP} = \widehat{BPx} = 20^\circ$.

Ainsi, $\widehat{PAO} = 180^\circ - 2 \times 20^\circ = 140^\circ$.

De plus, comme \widehat{PAB} est un angle plat, on en déduit que $\widehat{OAB} = 180^\circ - \widehat{PAO} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$.

Comme BOA est isocèle en O , alors $\widehat{OAB} = \widehat{ABO} = 40^\circ$, et $\widehat{BAO} = 180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ$.

Donc, $\widehat{BOx} = \widehat{POx} - \widehat{AOP} - \widehat{BOA} = 180^\circ - 20^\circ - 100^\circ = 60^\circ$.

- b. Supposons que $\widehat{BOx} = 45^\circ$.

En faisant appel à votre intuition Mathématique, quelle est selon vous la mesure de l'angle \widehat{BPx} ?

Vérifier votre intuition par le calcul.

D'après notre raisonnement précédent, il semblerait que le trisecteur de Pascal divise par 3 l'angle \widehat{BOx} .

Ainsi, on peut supposer que $\widehat{BPx} = \frac{45^\circ}{3} = 15^\circ$.

Comme PAO est isocèle en A et que $A \in [BP]$, on en déduit que $\widehat{OPA} = \widehat{AOP} = \widehat{BPx} = 15^\circ$.

Ainsi, $\widehat{PAO} = 180^\circ - 2 \times 15^\circ = 150^\circ$.

De plus, comme \widehat{PAB} est un angle plat, on en déduit que $\widehat{OAB} = 180^\circ - \widehat{PAO} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$.

Comme BOA est isocèle en O , alors $\widehat{OAB} = \widehat{ABO} = 30^\circ$, et $\widehat{BAO} = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$.

Donc, $\widehat{BPx} = \widehat{POx} - \widehat{AOP} - \widehat{BOA} = 180^\circ - 15^\circ - 120^\circ = 45^\circ$.

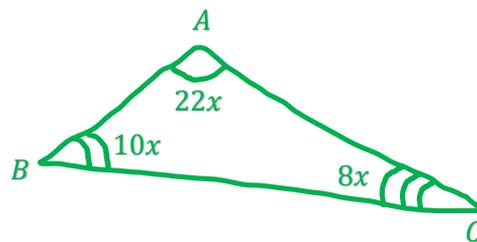
□ *q.e.d.*

Exercice 2 – Angles, proportionnalité et calcul littéral

Les angles d'un triangle sont proportionnels à la suite de nombre 10, 22 et 8.

Quelles sont les mesures des angles de ce triangle ?

Commençons par nommer x le coefficient de proportionnalité et réalisons une figure à main levée.



On en déduit alors aisément l'égalité $22x + 10x + 8x = 180^\circ$ soit encore $40x = 180^\circ$.

Et le nombre qui multiplié par 40 donne 180 est $x = \frac{180^\circ}{40} = 4,5^\circ$.

Ainsi :

$$\Leftrightarrow \widehat{BAC} = 22 \times 4,5^\circ = 99^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{CBA} = 10 \times 4,5^\circ = 45^\circ$$

$$\Leftrightarrow \widehat{ACB} = 8 \times 4,5^\circ = 36^\circ$$