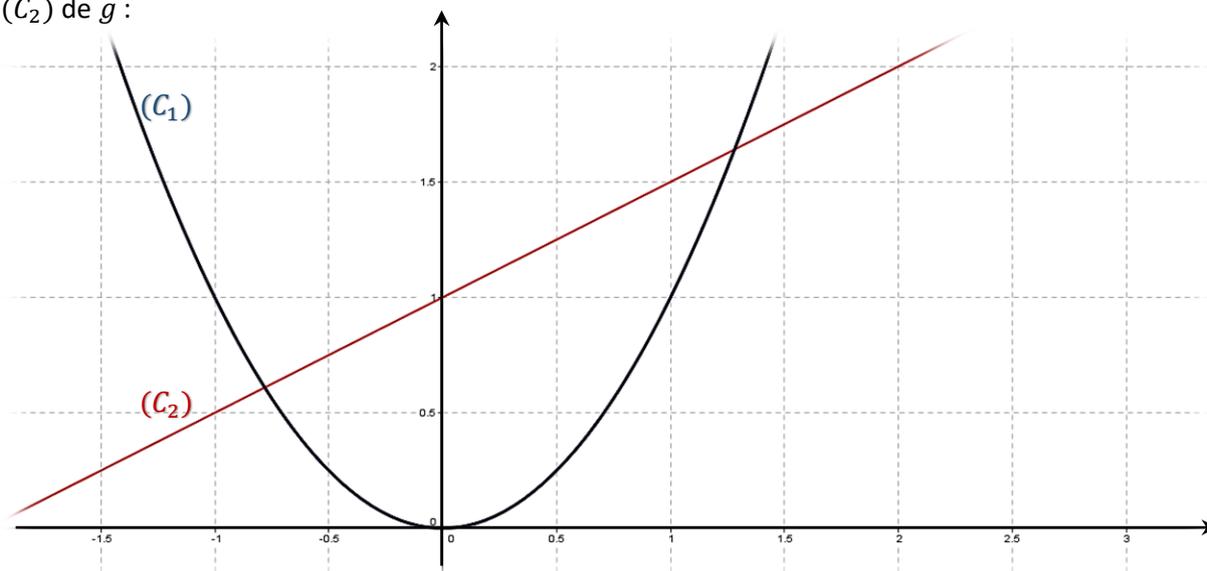


Travaux d'Affinement et de Perfectionnement du raisonnement Mathématique

problème 1 – vers la seconde – résolution graphique

Soit f et g deux fonctions. On a tracé la courbe représentative (C_1) de f et la courbe représentative (C_2) de g :



1. En s'aidant du graphique, associer chacune des expressions suivantes aux fonctions f et g :

$$x \mapsto \frac{x}{2} + 1 \quad \text{et} \quad x \mapsto x^2$$

2. Peut-on affirmer que l'image de 1 par la fonction f est égale à l'image de 1 par la fonction g ? Expliquer.
3. Existe-t-il au moins un nombre dont son image par la fonction f est égale à son image par la fonction g ?
4. En déduire deux valeurs approchées de x pour lesquelles $\frac{x}{2} + 1 = x^2$.

☞ La résolution d'équation à l'aide de graphique sera approfondie en seconde.

problème 2 – vers la seconde – fonction homographique

On considère la fonction f définie par :

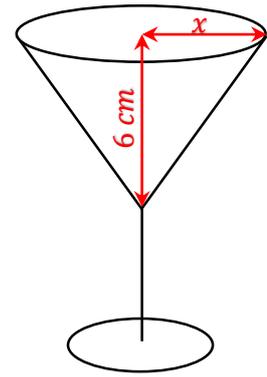
$$f(x) = \frac{x + 3}{x - 5}$$

1. Calculer les images par f des nombres suivants : 4,9 ; 4,95 ; 4,99. Que constate-t-on ?
2. Poursuivre ainsi en calculant les images par f de nombres de plus en plus proches de 5 tout en lui restant inférieurs.
3. Faire de même en calculant les images par f de nombres de plus en plus proches de 5 tout en lui restant supérieurs. Que constate-t-on ?
4. A l'aide d'un logiciel, tracer la courbe représentative de f .
5. En quoi la courbe permet-elle de retrouver les résultats établis aux questions 2. et 3.
6. Peut-on calculer l'image de 5 par f ? Expliquer.

☞ Une telle fonction s'appelle une **fonction homographique**, ces fonctions seront étudiées en seconde.

perf 1 - cône de révolution

On dispose d'un verre à pied qui a la forme d'un cône de révolution de hauteur 6 cm . On appelle x le rayon de sa base.



1. Démontrer que la fonction V qui donne le volume du verre en fonction de x est définie par :

$$V(x) = 2\pi x^2.$$

2. Le volume du verre est-il proportionnel au rayon de la base ?
3. Calcule l'image par V des nombres 3, 5 et 7.
On donnera les valeurs exactes et les valeurs arrondies à 10^{-2} près.
4. Trouver un antécédent de 32π et représenter dans ce cas une vue de face du verre à pied.

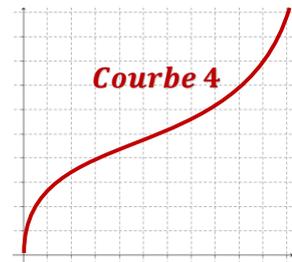
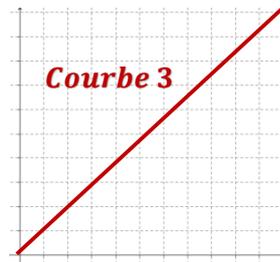
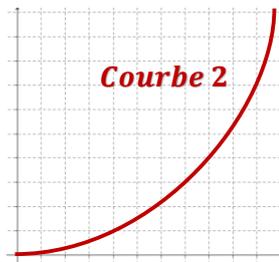
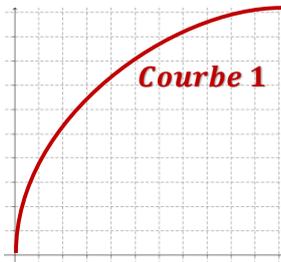
perf 2 - problème ouvert

Les quatre récipients ci-dessous ont le même volume et la même hauteur :



On les remplit à ras bord avec un même robinet dont le débit est constant. Puis on trace les courbes représentant la hauteur d'eau dans le récipient en fonction du temps de remplissage.

Associer chaque récipient à sa courbe.



perf 3 - composée

On donne la fonction

$$f: x \mapsto \frac{1}{x}$$

Calculer $f(f(f(2)))$.

perf 3 - énigme

On considère trois fonctions f, g et h telles que :

$$f(x) = g(x) \quad \text{et} \quad g(x) = h(x) + 5$$

Si $h(0) = 4$, quelle est l'image de 0 par f ?