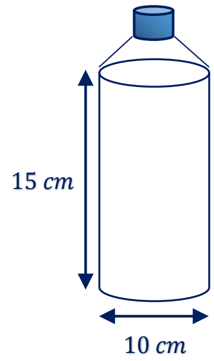
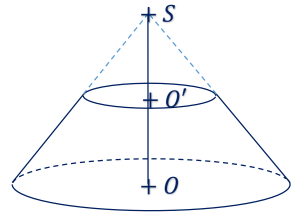
# Sujet I – La bouteille d'eau

Voici une bouteille d'eau constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique. La bouteille est initialement vide. Les dimensions sont notées sur le schéma.



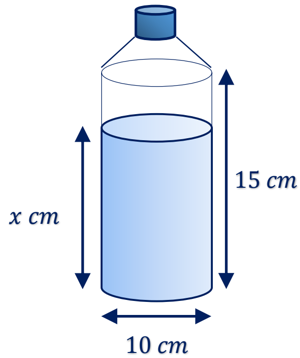

1. Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au $cm^3$.

2. Pour obtenir le tronc de cône, on a coupé un cône par un plan parallèle à la base passant par $O'$.
La hauteur $SO$ du grand cône est de $6\ cm$ et la hauteur $SO'$ du petit est égale à $2\ cm$.
Le rayon de la base du grand cône est de $5\ cm$.




   **a.** Calculer le volume $V_1$ du grand cône de hauteur $SO$ (donner la valeur exacte).
   **b.** Montrer que le volume $V_2$ du tronc de cône est égale à $\frac{1300\pi}{27}\ cm^3$.
   En donner une valeur arrondie au $cm^3$.

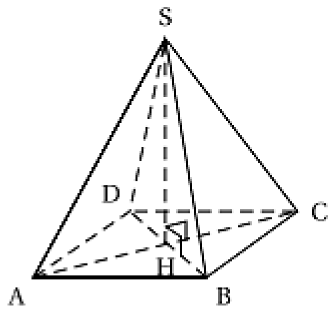
3. On remplit la bouteille avec de l'eau à une hauteur $x$ comprise entre $0\ cm$ et $15\ cm$.
   **a.** Exprimer en fonction de $x$ le volume $V(x)$ de cette eau.
   **b.** Quelle est la nature de la fonction $V$ ?
   **c.** Représenter graphiquement la fonction $x \longmapsto V(x)$.




# Sujet II – Pyramide régulière

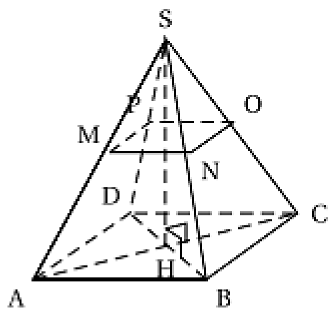
Une pyramide régulière de sommet $S$ a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume $V$ est égal à $108\ cm^3$.

Sa hauteur $[SH]$ mesure $9\ cm$.



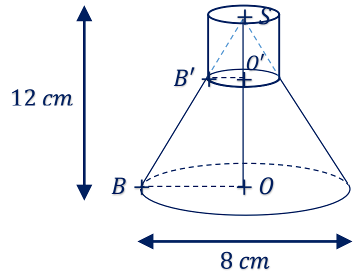

1. Vérifier que l'aire de $ABCD$ est bien $36\ cm^2$. En déduire la valeur de $AB$. Montrer que le périmètre du triangle $ABC$ est égal à $12 + 6\sqrt{2}\ cm$.

2. $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$. On obtient alors la pyramide $SMNOP$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à $4\ cm^2$.
   **a.** Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.
   **b.** Elle pense que pour obtenir le périmètre du triangle $MNO$, il suffit de diviser le périmètre du triangle $ABC$ par 3. A-t-elle raison ?



# Sujet III – L'erlenmeyer

Voici un Erlenmeyer constitué d'un tronc de cône surmonté d'un embout cylindrique. L'Erlenmeyer est initialement vide. Les dimensions sont notées sur le schéma.



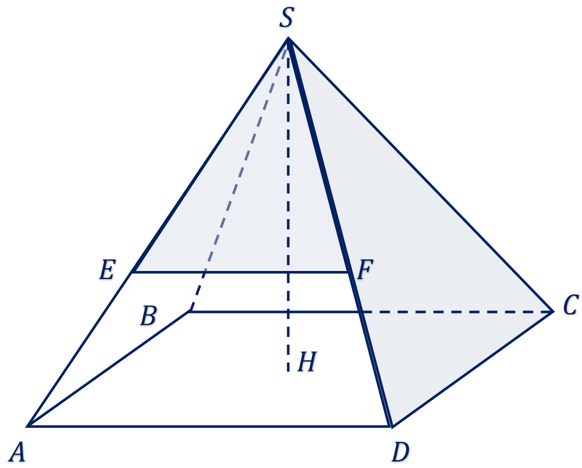

On note :

$C_1$ le grand cône de sommet $S$ et de base le disque de centre $O$ et de rayon $OB$.
$C_2$ le petit cône de sommet $S$ et de base le disque de centre $O'$ et de rayon $O'B'$.

1. calculer la valeur exacte du volume du cône $C_1$.
2. Le cône $C_2$ est une réduction du cône $C_1$. On donne $SO' = 3\ cm$.
   a. Quel est le coefficient de cette réduction ?
   b. Prouver que la valeur exacte du volume du cône $C_2$ est égale à $\pi\ cm^3$.
3. 
   a. En déduire que la valeur exacte du volume d'eau contenue dans le récipient, en $cm^3$, est égale à $63\pi$.
   b. Donner la valeur approchée de ce volume d'eau arrondie au $cm^3$ près.
4. Ce volume d'eau est-il supérieur à 0,2 $litre$ ? Justifier.

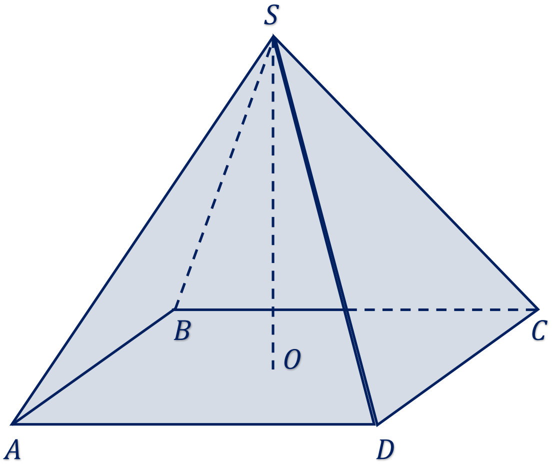
# Sujet IV – Le tipi

On veut réaliser un tipi qui aura la forme d'une pyramide ayant pour base un rectangle $ABCD$ de centre $H$ et pour hauteur $[SH]$ comme indiqué sur la figure. Le tipi aura les dimensions suivantes :
$AD = 1{,}60\ m$, $CD = 1{,}20\ m$ et $SH = 2{,}40\ m$.




1. Calculer le volume $V$ de cette pyramide, en $m^3$.
2. Calculer la longueur $BD$.
3. L'armature du tipi, constituée du cadre rectangulaire $ABCD$ et des quatre arêtes latéralesissues de $S$, est faite de baguettes de bambou.
   a. Montrer que $SD = 2{,}60\ m$.
   b. On ajoute à l'armature une baguette $[EF]$ comme indiqué sur le dessin de sorte que $(EF)//(AD)$.
   Et $SF = 1{,}95\ m$. Calculer $EF$.
4. On a trouvé dans un magasin des tiges de bambou de $3\ m$. Une tige peut être coupée pour obtenir deux baguettes mais une baguette ne peut être fabriquée par collage de deux morceaux de bambou.
   Combien faut-il acheter de tiges de bambou, au minimum, pour réaliser les neuf baguettes de l'armature du tipi ?

# Sujet I – La Pyramide du louvre




Paul en visite à Paris admire la Pyramide, réalisé en verre feuilleté au centre de la cour du Louvre.

Cette pyramide régulière a :

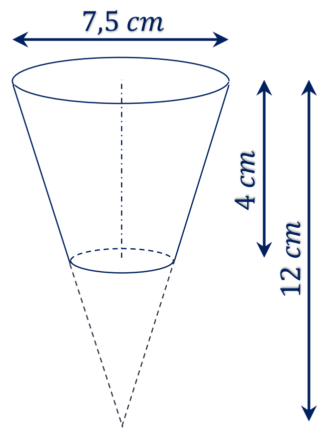
- Pour base un carré $ABCD$ de côté $35\ m$
- Pour hauteur le segment $[SO]$ de longueur $22\ m$

Paul a tellement apprécié cette pyramide qu'il achète comme souvenir de sa visite une lampe à huile dont le réservoir en verre est une réduction à l'échelle $\frac{1}{500}$ de la vraie pyramide.

Le mode d'emploi de la lampe précise que, une fois allumée, elle brûle $4\ cm^3$ d'huile par heure.

Au bout de combien de temps ne restera-t-il plus d'huile dans le réservoir ? Arrondir à l'unité d'heures.

# Sujet V – Le moule à muffins




Un moule à muffins est constitué de $9\ cavités$. Toutes les cavités sont identiques. Chaque cavité a la forme d'un tronc de cône (cône coupé par un plan parallèle à sa base) représenté ci-contre.

Les dimensions sont indiquées sur la figure.

1. Montrer que le volume d'une cavité est d'environ $125\ cm^3$.
2. Léa a préparé $1\ Litre$ de pâte. Elle veut remplir chaque cavité du moule au $\frac{3}{4}$ de son volume.
   A-t-elle suffisamment de pâte pour les $9\ cavités$ du moule ? Justifier.

# Sujet VI – Le Nòn Là

Le « *Nòn là* » communément appelé chapeau chinois dont une image est donnée ci-contre est un chapeau vietnamien en forme de cône.

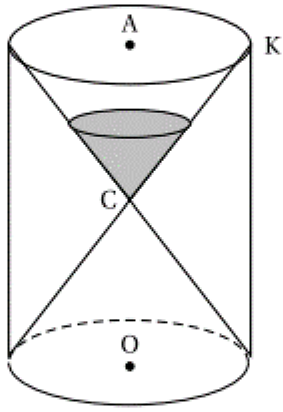

On donne :

- $SOM$ est rectangle en $O$.
- $OM = 24\ cm$
- $SM = 37{,}5\ cm$

1. Calculer la hauteur $SO$, arrondir à l'unité.
2. En guise de décoration, on se propose de poser un ruban autour du chapeau parallèlement à sa base. Ce ruban est disposé au tiers du chapeau en partant du sommet.
   a. Quelle est la nature de la figure géométrique formée par ce ruban ?
   b. 1Calculer en $cm$ la longueur du ruban.

# Sujet VII – Le sablier

On considère un sablier composé de deux cônes identiques de même sommet $C$ et dont le rayon de la base est $AK = 1{,}5\ cm$. Pour le protéger, il est enfermé dans un cylindre de hauteur 6 $cm$ et de même base que les deux cônes.

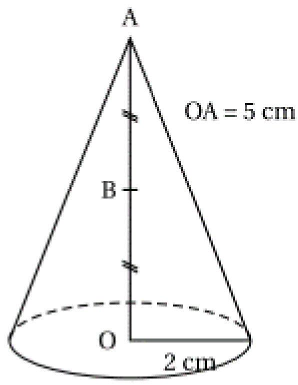



1. On note $V_C$ volume du cylindre et $V_S$ le volume du sablier. Tous les volumes seront exprimés en $cm^3$.
   a. Montrer que la valeur exacte du volume $V_C$ du cylindre est $13{,}5\pi\ cm^3$.
   b. Montrer que la valeur exacte de $V_S$ est $4{,}5\pi\ cm^3$.
   c. Quelle fraction du volume du cylindre, le volume du sablier occupe-t-il ? (On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible).
2. On a mis 12 $cm^3$ de sable dans le sablier. Sachant que le sable va s'écouler d'un cône à l'autre avec un débit de 240 $cm^3/h$, quel temps sera mesuré par ce sablier ?

# Sujet VIII – Le cône de révolution

On considère un cône de révolution de hauteur 5 $cm$ et dont la base a pour rayon 2 $cm$.

Le point $A$ est le sommet du cône et $O$ est le centre de sa base. $B$ est la milieu de $[AO]$.




1. Calculer le volume du cône en $cm^3$. On arrondira à l'unité.
2. On effectue la section du cône par le plan parallèle à la base qui passe par $B$. On obtient ainsi un petit cône. Le volume du petit cône vaut-il la moitié du volume du cône initial?

# Sujet IX – Le silo à grains

*Dans cet exercice, les parties I et II sont indépendantes.*

Un silo à grains a la forme d'un cône surmonté d'un cylindre de même axe. $A, I, O$ et $S$ sont des points de cet axe.
On donne :

- $SA = 1{,}60\ m$
- $AI = 2{,}40\ m$
- $AB = 1{,}20\ m$

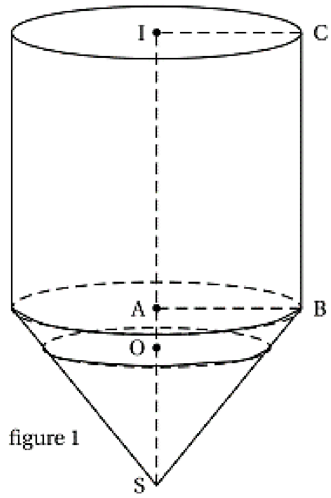



figure 1

**Partie I – Configuration n°1**

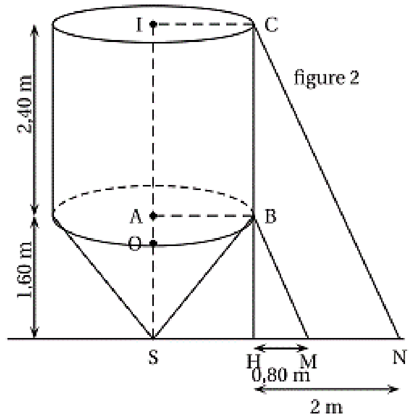
1. On considère la ***figure 1*** ci-contre.
   a. Montrer que le volume du cône, arrondi au millimètre près, est de $2{,}413\ m^3$.
   b. Sachant que le volume du cylindre, arrondi au millième près, est de $10{,}857\ m^3$, donner la contenance totale du silo en litres.

2. Actuellement, le silo à grain est rempli jusqu'à une hauteur $SO = 1{,}20\ m$. Le volume de grains prend ainsi la forme d'un petit cône de sommet $S$ et de hauteur $[SO]$. On admet que ce petit cône est une réduction du grand de sommet $S$ et de hauteur $[SA]$.
   a. Calculer le coefficient de réduction.
   b. En déduire le volume de grains contenu dans le silo. On exprimera le résultat en $m^3$ et on donnera la valeur arrondie au millième près.

**Partie II – Configuration n°2**

On considère la ***figure 2*** ci-contre.
Pour réaliser des travaux, deux échelles représentées par les segments $[BM]$ et $[CN]$ ont été posées contre le silo.
On donne : $HM = 0{,}80\ m$ et $HN = 2\ m$.

Les deux échelles sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.



# Sujet X – Le cocktail HLL

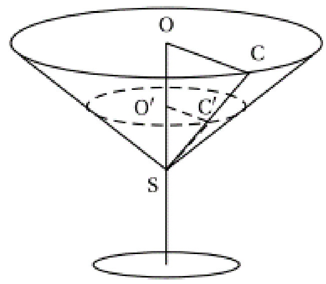
**Partie I – Proportions**

Un cocktail HLL est préparé avec $8\ cL$ de jus d'abricot, $6\ cL$ de jus d'ananas, $2\ cL$ de jus de citron vert et $2\ cL$ de sirop de cerise.

1. Quelle est la proportion de jus d'abricot dans ce cocktail ?
2. Pour préparer un pichet contenant $2{,}7\ litres$ de ce cocktail, quelle quantité de jus d'abricot faut-il prévoir ?

**Partie II – Volumes et contenances**

Lors d'une fête, une personne se sert ce cocktail dans un vers qui a la forme d'un cône de révolution. Le bord du verre est un cercle de rayon $OC = 5{,}9\ cm$. Ce cercle est situé dans un plan horizontal. La droite $(OS)$, axe du cône, est verticale et $OS = 6{,}8\ cm$.




*La figure donnée n'est pas à l'échelle.*

**1.**

- **a.** Calculer, en $cm^3$, le volume de ce verre, arrondi à l'unité.
- **b.** En déduire que la contenance de ce verre est d'environ $25\ cL$.
  *On utilisera cette valeur dans la suite du problème.*

**2.**

- **a.** Dans cette question, le serveur remplit les verres aux quatre cinquièmes de leur hauteur. On admet que le liquide occupe un cône de hauteur $SO'$ dont la base est le disque de rayon $O'C'$. On considère que ce disque est horizontal comme le bord du verre. Calculer le volume de cocktail contenu dans chaque verre. On donnera le résultat au centilitre près.
- **b.** 43 personnes sont attendues à cette fête. Sachant qu'en moyenne, chacune d'elles consommera 3 verres, $20\ litres$ de cocktail suffiront-ils ?

**3.** Le graphique ci-contre représente les variations du volume de cocktail contenu dans le verre en fonction de la hauteur de liquide.

- **a.** Le volume est-il proportionnel à la hauteur de liquide ? Justifier.
- **b.** Par lecture graphique, en faisant apparaître les tracés utiles, déterminer :
  - Le volume de ce cocktail si la hauteur de liquide atteint $3\ cm$.
  - La hauteur de liquide si le volume servi est de $17\ cL$.