

Corrigé de l'épreuve de Mathématiques du Brevet Blanc du 11/12/2015

EXERCICE 1 (6 points) QCM : Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Indique sur ta copie le numéro de la question et recopie la lettre correspondant à la réponse exacte.

		A	B	C
1,5 pt	1. L'expression développée de $(3x - 5)^2$ est $(3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 =$	$9x^2 - 15x + 25$	$9x^2 - 25$	$9x^2 - 30x + 25$
1,5 pt	2. L'expression factorisée de $16x^2 - 36 = (4x)^2 - 6^2$ est	$(8x - 6)^2$	$(4x - 6)^2$	$(4x + 6)(4x - 6)$
1,5 pt	3. $\sqrt{96} = \sqrt{4 \times 24} =$	$2\sqrt{48}$	9,797958971	$2\sqrt{24}$
1,5 pt	4. $2 \times 10^4 + 2 \times 10^3 = 20 \times 10^3 + 2 \times 10^3 =$	2×10^7	22×10^3	4×10^7

[Dans cet exercice on ne demandait pas de justifier]

EXERCICE 2 (4 points)

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Soustraire 6.
- Multiplier le résultat par le nombre choisi.
- Ajouter 9.

1) On choisit au départ le nombre 11. Montrer qu'on obtient 64.

$$(11 - 6) \times 11 + 9 = 55 + 9 = 64$$

2) Quel est le résultat du programme si on choisit le nombre -4 ?

$$(-4 - 6) \times (-4) + 9 = -10 \times (-4) + 9 = 49$$

3) Soit x le nombre choisi au départ. Montrer que le nombre obtenu à la fin est $x^2 - 6x + 9$.

$$(x - 6)x + 9 = x^2 - 6x + 9$$

4) THEO affirme que le résultat du programme sera toujours un nombre positif.

A-t-il raison ?

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

$(x - 3)^2$ est un carré et un carré est toujours positif, donc Théo a raison.

EXERCICE 3 (3 points)

Les plateaux (représentés par $[AB]$ et $[CD]$) de cette desserte roulante sont-ils parallèles ?

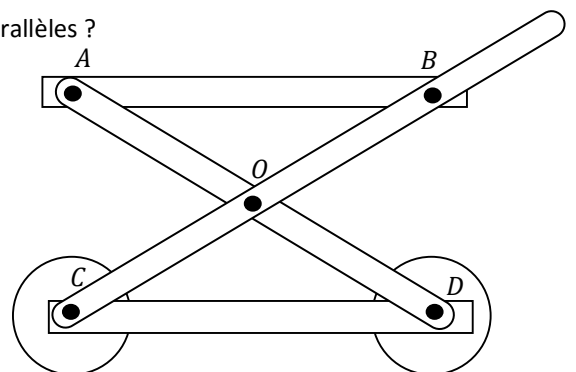
On donne : $AO = 38 \text{ cm}$; $CO = 50 \text{ cm}$; $OD = 45 \text{ cm}$; $OB = 42 \text{ cm}$

Les droites (CB) et (AD) sont sécantes en O et :

- $\frac{OA}{OD} = \frac{38}{45}$
- $\frac{OB}{OC} = \frac{42}{50}$

Or $38 \times 50 = 1\,900$ et $45 \times 42 = 1\,890$, donc : $\frac{OA}{OD} \neq \frac{OB}{OC}$.

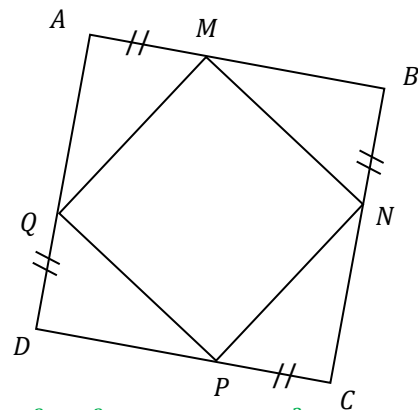
Ainsi, par contraposée du théorème de Thalès, les plateaux modélisés par $[AB]$ et $[CD]$ ne sont pas parallèles.



EXERCICE 4 (5 points)

$ABCD$ est un carré 4 cm de côté.

On a placé un point M mobile sur $[AB]$ et construit le carré $MNPQ$, comme visualisé sur le schéma ci-contre.



1. On appelle x la longueur AM .

On définit la fonction f donnant l'aire du carré $MNPQ$ en fonction de x .

Montrer $f(x) = 2x^2 - 8x + 16$.

0,5 pt $MNPQ$ est un carré donc $A_{MNPQ} = MN^2$

D'après le théorème de Pythagore : $MN^2 = MB^2 + BN^2 = (4 - x)^2 + x^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times x + x^2 + x^2 = 16 - 8x + 2x^2$.

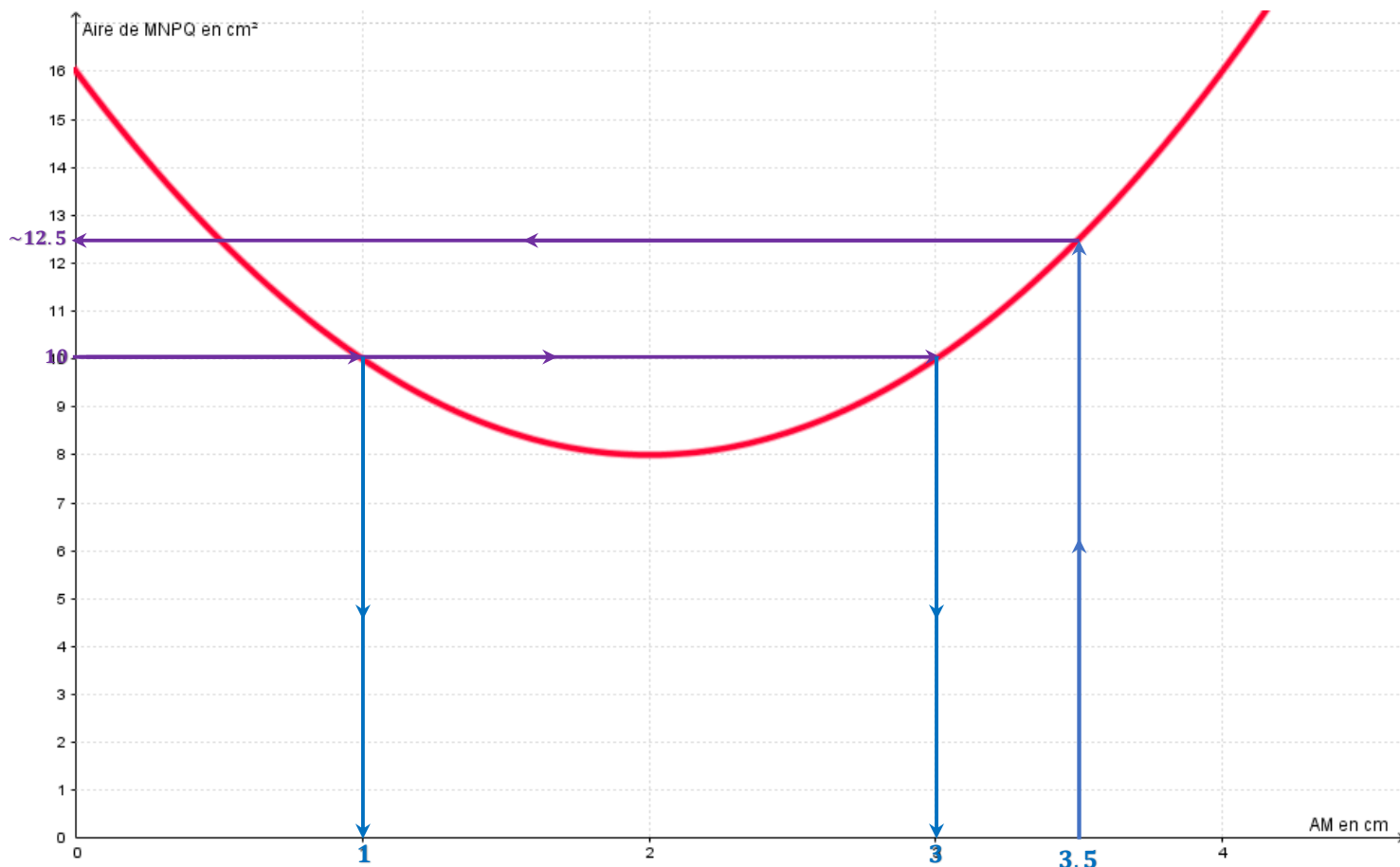
1,5 pt Ainsi : $A_{MNPQ} = f(x) = 2x^2 - 8x + 16$.

2. Calculer l'aire de $MNPQ$ lorsque $AM = 0,5$ cm.

1 pt Lorsque $AM = 0,5$ cm, c'est-à-dire lorsque $x = 0,5$ cm, on a $f(0,5) = 2 \times 0,5^2 - 8 \times 0,5 + 16 = 12,5$ cm².

3. A l'aide d'un logiciel on a représenté l'aire du carré $MNPQ$ en fonction de la longueur AM .

On a obtenu le graphique ci-dessous:



A l'aide du graphique déterminer...

a) l'aire de $MNPQ$ quand $AM = 3,5$ cm.

1 pt D'après la courbe représentative de la fonction f , $f(3,5) \approx 12,5$.

Donc l'aire de $MNPQ$ pour $AM = 3,5$ cm vaut environ 12,5 cm².

b) pour quelle(s) valeur(s) de AM l'aire est égale à 10 cm².

1 pt D'après la courbe représentative de la fonction f , les antécédents de 10 par f sont 1 et 3.

Donc l'aire de $MNPQ$ est égale à 10 cm² pour $AM = 1$ cm ou 3 cm.

EXERCICE 5 (6 points)

Germaine souhaite réaliser un escalier pour monter au grenier de sa maison.

Elle a besoin de connaître les dimensions du limon (planche qui supporte les marches).

Elle a réalisé le croquis ci-contre:

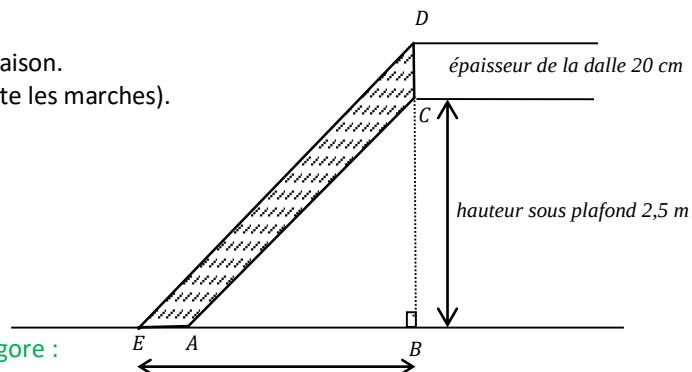
- Le limon est représenté par le quadrilatère $ACDE$.

- Les droites (AC) et (DE) sont parallèles.

- Les points B, C, D sont alignés.

- Les points B, A, E sont alignés.

1. Prouver que $ED = 4,5 \text{ m}$.



Dans le triangle BDE rectangle en B , d'après le théorème de Pythagore :

$$ED^2 = EB^2 + BD^2 = 3,6^2 + 2,7^2 = 20,25$$

$ED > 0$ donc $ED = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ m}$.

2. Calculer les dimensions AC et AE du limon (valeurs arrondies au centimètre).

On sait que (DC) et (EA) sont sécantes en B et que (ED) et (AC) sont parallèles, donc d'après le théorème de Thalès, on écrit :

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BA}{BE} = \frac{CA}{DE}$$

Soit encore :

$$\frac{2,5}{2,7} = \frac{BA}{3,6} = \frac{CA}{4,5}$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{2,5}{2,7} &= \frac{CA}{4,5} \text{ alors } 2,7 \times CA = 2,5 \times 4,5 \text{ donc } CA = \frac{2,5 \times 4,5}{2,7} \approx 4,17 \text{ m} \\ \frac{2,5}{2,7} &= \frac{BA}{3,6} \text{ alors } 2,7 \times BA = 2,5 \times 3,6 \text{ donc } BA = \frac{2,5 \times 3,6}{2,7} \approx 3,33 \text{ m} \end{aligned}$$

De plus $A \in [EB]$, donc

$$EA = EB - AB \approx 3,60 - \frac{2,5 \times 3,6}{2,7} \approx 0,27 \text{ m}.$$

EXERCICE 6 (4 points)

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction f et par une autre fonction g .

Voici une copie de l'écran :

D2		$f_x = -5 \times D1 + 7$							
	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8	
3	g(x)	13	8	5	4	5	8	13	
4									

1. Quelle est l'image de -3 par la fonction f ?

D'après le tableau de valeurs, $f(-3) = 22$, donc -3 a pour image 22 par f .

2. Donner l'expression de $f(x)$.

La cellule D2 est sélectionnée et la formule indiquée par le tableur est : $f_x = -5 \times D1 + 7$ ainsi, $D2 = -5 \times D1 + 7$.

La cellule D2 contient l'image du contenu de la cellule D1 par f , on a : $f: D1 \mapsto -5 \times D1 + 7$ ou encore $f(D1) = -5 \times D1 + 7$.

On en déduit alors $f(x) = -5x + 7$.

3. Calculer $f(7)$.

On a $f(7) = -5 \times 7 + 7 = -35 + 7 = -28$. Donc $f(7) = -28$.

4. On sait que $g(x) = x^2 + 4$.

Quelle formule a-t-on saisie dans la cellule B3 et recopiée vers la droite pour compléter la plage de cellules C3:H3 ?

On a $g(x) = x^2 + 4$.

La cellule B3 contient l'image du contenu de la cellule B1 par g , alors : $B3 = g(B1) = B1^2 + 4$

Ou encore $g: B1 \mapsto B3 = B1^2 + 4$. Ainsi, $B3 = B1^2 + 4$.

Donc, la formule saisie dans la cellule B3 est recopiée vers la droite pour compléter la plage de cellules C3:H3 est

$=B1^2+4$ ou encore $=B1*B1+4$, comme l'indique la copie d'écran ci-dessous.

B3		$f_x = B1^2+4$							
	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	
2	f(x)	22	17	12	7	2	-3	-8	
3	g(x)	13	8	5	4	5	8	13	

EXERCICE 7 (8 points)

Laurent s'installe comme éleveur de chèvres pour produire du lait qui servira à fabriquer des fromages.

Document 1

Chèvre de race alpine :

Production de lait : 1,8 litre de lait par jour et par chèvre en moyenne.

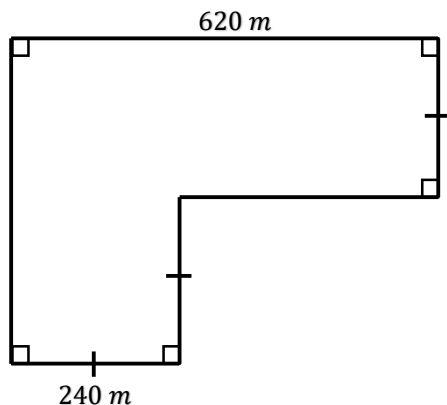
Pâturage : 12 chèvres maximum par hectare.

Document 3

$$1 \text{ hectare} = 10\,000 \text{ m}^2$$

Document 2

Plan simplifié des surfaces de pâturage.



Document 4

Volume du cylindre : $V = \pi \times r^2 \times h$

$$1 \text{ Litre} \triangleq 1 \text{ dm}^3$$

PARTIE 1 : La production de lait

1. Prouver que Laurent peut posséder au maximum 247 chèvres.

Calculons l'aire A_p de la surface de pâturage :

1,5 pt D'après le document 2, $A_p = 620 \times 240 + 240^2 = 206\,400 \text{ m}^2$.

1 pt D'après le document 2, 1 hectare = 10 000 m²

Et $\frac{206\,400}{10\,000} = 20,64$; donc, $A_p = 20,64 \text{ hectares}$.

Déduisons alors le nombre de chèvres admissibles dans ce pâturage :

1,5 pt D'après le document 1, on ne peut placer plus de 12 chèvres par hectare.

Or, $12 \times 20,64 = 247,68$ donc Laurent ne peut posséder plus de 247 chèvres.

2. Dans ces conditions, combien de litres de lait peut-il espérer produire par jour en moyenne?

Les 247 chèvres produisent en moyenne 1,8 L de lait par jour, or $247 \times 1,8 = 444,6$.

1,5 pt Donc, Laurent peut espérer une production moyenne journalière de 444,6 L de lait.

PARTIE 2 : Le stockage du lait

Laurent veut acheter une cuve cylindrique pour stocker le lait de ses chèvres.

Il a le choix entre deux modèles :

- cuve A : contenance 585 litres.

- cuve B : diamètre 100 cm ; hauteur 76 cm.

Il choisit la cuve ayant la plus grande contenance ; laquelle va-t-il acheter ?

Comparons le volume des deux cuves :

$$\text{Cuve A : } V_A = 585 \text{ L}$$

1,5 pt Cuve B : $V_B = \text{Aire du disque d'une base de la cuve} \times \text{hauteur de la cuve} = \pi \times \left(\frac{100}{2}\right)^2 \times 76 = 190\,000\pi \approx 596\,902 \text{ cm}^3$

0,5 pt Donc, $V_B \approx 596,902 \text{ dm}^3 \triangleq 596,902 \text{ L}$.

0,5 pt Ainsi, $V_B > V_A$, donc Laurent achètera la cuve B.