Evaluation 8 – CALCULS ELEMENTAIRES SUR LES RADICAUX – Sujet A

Exercice 1 – [2pts]

Comparer $A = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ et $B = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$.

Mettons A et B au même dénominateur :

$$A = (\sqrt{6} - \sqrt{5}) \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{6-5}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = B$$

Donc $A = B$.

Exercice 2 – [2pts]

On donne $C = \sqrt{9x^2 - 6x + 1}$ et $D = 3x - 1$.

Montrer que $C = D$

On a $C = \sqrt{9x^2 - 6x + 1} = \sqrt{(3x-1)^2} = 3x - 1 = D$.

Donc $C = D$.

Exercice 3 – [3pts]

1. On donne $E = \sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300}$.

   a) Sophie pense que E peut s'écrire plus simplement sous la forme $3\sqrt{3}$.
   Sophie a-t-elle raison ?

   $$\begin{aligned} E &= \sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300} \\ &= 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 10\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

   b) Eric pense que Sophie a raison car, avec sa calculatrice, lorsqu'il calcule $\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - \sqrt{300}$ et $3\sqrt{3}$, il trouve deux fois le même résultat : 5,196 152 423.
   Que penser du raisonnement d'Eric ?

   Le raisonnement d'Eric est basé sur la comparaison de deux résultats retournés par une calculatrice, or $3\sqrt{3}$est irrationnel, alors la calculatrice n'en retourne que des valeurs approchées, i.e. **des valeurs fausses**.
   Le raisonnement d'Eric n'est donc pas fiable.

2. On donne $F = \sqrt{\frac{10^{-3} \times 3^5 \times 2^4}{3^5 \times 2^2 \times 10^{-5}}}$.

   Sophie et Eric calculent F : Sophie trouve 19 et Eric trouve 21.
   Qui a raison ? Justifier.

   $$\begin{aligned} F &= \sqrt{\frac{10^{-3} \times 3^5 \times 2^4}{3^5 \times 2^2 \times 10^{-5}}} \\ &= \sqrt{10^{-3-(-5)} \times 3^{5-5} \times 2^{4-2}} \\ &= \sqrt{10^2 \times 3^0 \times 2^2} \\ &= \sqrt{10^2} \times \sqrt{2^2} \\ &= 20 \end{aligned}$$

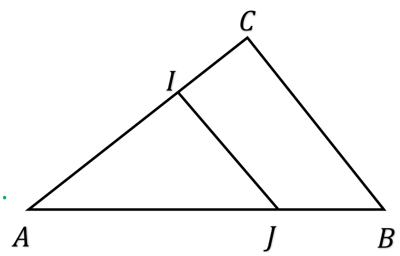
   Eric et Sophie ont tord.

Exercice 4 – [3pts]

L'unité de longueur est le cm. On considère la figure ci-contre pour laquelle :

$AI = 3\sqrt{6}$; $AC = 6\sqrt{2}$; $AJ = 4\sqrt{21}$; $AB = 4\sqrt{28}$ et $I \in [AC]$; $J \in [AB]$.

Démontrer que (IJ) et (BC) sont parallèles.



Les points A, I et C d'une part et A, J et B d'autre part sont alignés dans cet ordre.

Et :

- $\frac{AI}{AC} = \frac{3\sqrt{6}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{AJ}{AB} = \frac{4\sqrt{21}}{4\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (IJ) et (BC) sont parallèles.

Evaluation 8 – CALCULS ELEMENTAIRES SUR LES RADICAUX – Sujet B

Exercice 1 – [2pts]

Comparer $A = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ et $B = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$.

Mettons A et B au même dénominateur :

$$A = (\sqrt{7} - \sqrt{6}) \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{7-6}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}} = B$$

Donc $A = B$.

Exercice 2 – [2pts]

On donne $C = \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$ et $D = 2x - 1$.

Montrer que $C = D$

On a $C = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = \sqrt{(2x-1)^2} = 2x - 1 = D$.

Donc $C = D$.

Exercice 3 – [3pts]

1. On donne $E = \sqrt{45} + 5\sqrt{20} - \sqrt{500}$.

a) Sophie pense que E peut s'écrire plus simplement sous la forme $3\sqrt{5}$.
Sophie a-t-elle raison ?

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{45} + 5\sqrt{20} - \sqrt{500} \\ &= 3\sqrt{5} + 10\sqrt{5} - 10\sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} \end{aligned}$$

b) Eric pense que Sophie a raison car, avec sa calculatrice, lorsqu'il calcule $\sqrt{45} + 5\sqrt{20} - \sqrt{500}$ et $3\sqrt{5}$, il trouve deux fois le même résultat : 24,596 747 752.
Que penser du raisonnement d'Eric ?

Le raisonnement d'Eric est basé sur la comparaison de deux résultats retournés par une calculatrice, or $3\sqrt{5}$est irrationnel, alors la calculatrice n'en retourne que des valeurs approchées, i.e. **des valeurs fausses**. Le raisonnement d'Eric n'est donc pas fiable.

2. On donne $F = \sqrt{\frac{10^{-4}\times 3^5 \times 2^4}{3^3 \times 2^4 \times 10^{-6}}}$.

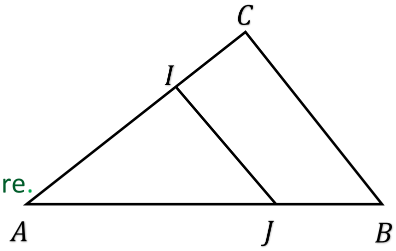
Sophie et Eric calculent F : Sophie trouve 29 et Eric trouve 31.
Qui a raison ? Justifier.

$$\begin{aligned} F &= \sqrt{\frac{10^{-4} \times 3^5 \times 2^4}{3^3 \times 2^4 \times 10^{-6}}} \\ &= \sqrt{10^{-4-(-6)} \times 3^{5-3} \times 2^{4-4}} \\ &= \sqrt{10^2 \times 3^2 \times 2^0} \\ &= \sqrt{10^2} \times \sqrt{3^2} \\ &= 30 \end{aligned}$$

Eric et Sophie ont tord.

Exercice 4 – [3pts]

L'unité de longueur est le cm. On considère la figure ci-contre pour laquelle :
$AI = 3\sqrt{6}$; $AC = 6\sqrt{2}$; $AJ = 4\sqrt{21}$; $AB = 4\sqrt{28}$ et $I \in [AC]$; $J \in [AB]$.
Démontrer que (IJ) et (BC) sont parallèles.



Les points A, I et C d'une part et A, J et B d'autre part sont alignés dans cet ordre.
Et :

- $\frac{AI}{AC} = \frac{3\sqrt{6}}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\frac{AJ}{AB} = \frac{4\sqrt{21}}{4\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (IJ) et (BC) sont parallèles.