

Exercice 1 – [4pts] – D.N.B.

$$\begin{aligned} A &= \frac{5^4 \times 2^5 \times 3^6}{5^7 \times 2^9 \times 3^3} \\ &= \frac{5^4}{5^7} \times \frac{2^5}{2^9} \times \frac{3^6}{3^3} \\ &= 5^{4-7} \times 2^{5-9} \times 3^{6-3} \\ &= 5^{-3} \times 2^{-4} \times 3^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{(-3)^7 \times (-6)^2 \times 4^{-7}}{(-4)^5 \times 3^{-11} \times 6^{-3}} \\ &= \frac{(-3)^7}{3^{-11}} \times \frac{(-6)^2}{6^{-3}} \times \frac{4^{-7}}{(-4)^5} \\ &= \frac{(-1 \times 3)^7}{3^{-11}} \times \frac{(-1 \times 6)^2}{6^{-3}} \times \frac{4^{-7}}{(-1 \times 4)^5} \\ &= \frac{(-1)^7 \times 3^7}{3^{-11}} \times \frac{(-1)^2 \times 6^2}{6^{-3}} \times \frac{4^{-7}}{(-1)^5 \times 4^5} \\ &= \frac{(-1)^7 \times (-1)^2}{(-1)^5} \times \frac{3^7}{3^{-11}} \times \frac{6^2}{6^{-3}} \times \frac{4^{-7}}{4^5} \\ &= (-1)^{7+2-5} \times 3^{7-(-11)} \times 6^{2-(-3)} \times 4^{-7-5} \\ &= (-1)^4 \times 3^{18} \times 6^5 \times 4^{-12} \\ &= 3^{18} \times 6^5 \times 4^{-12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{7^{12} \times (5^4)^3 \times 9^{-5}}{5^{10} \times (9^{-7})^6 \times 7^{-17}} \\ &= \frac{7^{12}}{7^{-17}} \times \frac{5^{4 \times 3}}{5^{10}} \times \frac{9^{-5}}{9^{-7 \times 6}} \\ &= 7^{12-(-17)} \times 5^{12-10} \times 9^{-5-(-42)} \\ &= 7^{29} \times 5^2 \times 9^{37} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \left(\frac{(5^9)^2 \times 3^7}{3^{-8} \times 2^9 \times 5^{19}} \right)^3 \\ &= \left(\frac{5^{9 \times 2}}{5^{19}} \times \frac{3^7}{3^{-8}} \times \frac{1}{2^9} \right)^3, \text{ avec } \frac{1}{2^9} = \frac{2^0}{2^9} = 2^{-9} \\ &= (5^{18-19} \times 3^{7-(-8)} \times 2^{-9})^3 \\ &= (5^{-1} \times 3^{15} \times 2^{-9})^3 \\ &= (5^{-1})^3 \times (3^{15})^3 \times (2^{-9})^3 \\ &= 5^{-3} \times 3^{45} \times 2^{-27} \end{aligned}$$

Exercice 2 – [3pts] – D.N.B.

$$\begin{aligned} A &= \frac{7 \times 10^2 \times 8 \times 10^4}{14 \times 10^{-5}} \\ &= \frac{7 \times 10^2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 10^4}{7 \times 2 \times 2 \times 10^{-5}} \\ &= \frac{7}{7} \times \frac{2 \times 2 \times 2}{2} \times \frac{10^2 \times 10^4}{10^{-5}} \\ &= 1 \times 4 \times 10^{2+4-(-5)} \\ &= 4 \times 10^{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{25 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-4}}{5 \times 10^5} \\ &= \frac{5 \times 5 \times 10^9 \times 2 \times 3 \times 10^{-4}}{5 \times 10^5} \\ &= 5 \times 2 \times 3 \times 10^{9+(-4)-5} \\ &= 30 \times 10^0 \\ &= 3,0 \times 10^1 \end{aligned}$$

Exercice 3 – [6pts] – D.N.B.

1) Factoriser les expressions suivantes

$$\begin{aligned} A &= 36 - 25x^2 \\ &= 6^2 - (5x)^2 \\ &= (6 - 5x)(6 + 5x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 100 + 60x + 9x^2 \\ &= 10^2 + 2 \times 10 \times 3x + (3x)^2 \\ &= (10 + 3x)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= 2i(i + 1) + 2i(2 + i) \\ &= 2i[(i + 1) + (2 + i)] \\ &= 2i(i + 1 + 2 + i) \\ &= 2i(2i + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= b^2 - 10b + 25 \\ &= b^2 - 2 \times b \times 5 + 5^2 \\ &= (b - 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (2 - x)^2 + (2 - x)(9 + x) \\ &= (2 - x)(2 - x) + (2 - x)(9 + x) \\ &= (2 - x)[(2 - x) + (9 + x)] \\ &= (2 - x)(2 - x + 9 + x) \\ &= (2 - x)11 \\ &= 11(2 - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= (5x + 1)^2 - 81 \\ &= (5x + 1)^2 - 9^2 \\ &= (5x + 1 - 9)(5x + 1 + 9) \\ &= (5x - 8)(5x + 10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G &= (7d + 2)^2 - (3d + 4)^2 \\ &= ((7d + 2) - (3d + 4))((7d + 2) + (3d + 4)) \\ &= (7d + 2 - 3d - 4)(7d + 2 + 3d + 4) \\ &= (4d - 2)(10d + 6) \\ &= 2(2d - 1)2(5d + 3) \\ &= 4(2d - 1)(5d + 3) \end{aligned}$$

2) x désigne un nombre positif. Montrer que ce triangle est rectangle.

On a d'une part :

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad (5x + 15)^2 &= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 15 + 15^2 \\ &= 25x^2 + 150x + 225 \end{aligned}$$

Et on a d'autre part :

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad (3x + 9)^2 + (4x + 12)^2 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 9 + 9^2 + (4x)^2 + 2 \times 4x \times 12 + 12^2 \\ &= 9x^2 + 54x + 81 + 16x^2 + 96x + 144 \\ &= 25x^2 + 150x + 225 \end{aligned}$$

Ainsi, $(5x + 15)^2 = (3x + 9)^2 + (4x + 12)^2$.

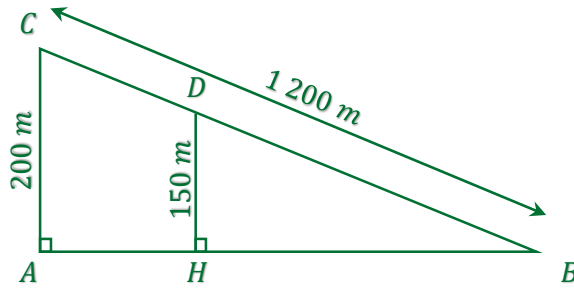
Le carré d'un des côté du triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, par conséquent, d'après la réciproque du **théorème de Pythagore**, le triangle est rectangle.

3) Développer les expressions suivantes

$$\begin{aligned} A &= (2z - 1)^2 \\ &= (2z)^2 - 2 \times 2z \times 1 + 1^2 \\ &= 4z^2 - 4z + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (3y - 5)^2 \\ &= (3y)^2 - 2 \times 3y \times 5 + 5^2 \\ &= 9y^2 - 30y + 25 \end{aligned}$$

Commençons par reporter les données sur la figure afin qu'elle soit plus facilement exploitable:



- Les droites (AC) et (HD) sont perpendiculaires à la même droite (AH) donc elles sont parallèles entre elles.
- Et que les droites (AB) et (CB) sont sécantes en B .

D'après le **théorème de Thalès**, on a l'égalité : $\frac{BD}{BC} = \frac{AC}{HD}$
 qui peut encore s'écrire : $\frac{BD}{1\,200} = \frac{150}{200}$

$$\text{Ainsi, } BD = \frac{150 \times 1\,200}{200} = 900.$$

Exercise 5 – [4pts] – D.N.B.

- Comme

- $\frac{EA}{EC} = \frac{x}{5} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2}$ et $\frac{EB}{ED} = \frac{3}{x+3,5} = \frac{3}{2,5+3,5} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ donc $\frac{EA}{EC} = \frac{EB}{ED}$
- Et que les points A, E, C d'une part et D, E, B d'autre part sont alignés dans cet ordre.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, pour $x = 2,5$ les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

- Comme

■ $\frac{EA}{EC} = \frac{x}{5} = \frac{1}{5}$ et $\frac{EB}{ED} = \frac{3}{1+3,5} = \frac{3}{4,5} = \frac{3}{4,5} = \frac{1}{2}$ donc $\frac{EA}{EC} \neq \frac{EB}{ED}$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, pour $x = 1$ les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Exercice 1 – [4pts] – D.N.B.

$$\begin{aligned} A &= \frac{3^4 \times 2^5 \times 5^6}{3^7 \times 2^9 \times 5^3} \\ &= \frac{5^6}{5^3} \times \frac{2^5}{2^9} \times \frac{3^4}{3^7} \\ &= 5^{6-3} \times 2^{5-9} \times 3^{4-7} \\ &= 5^3 \times 2^{-4} \times 3^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{(-4)^7 \times (-6)^2 \times 3^{-7}}{(-3)^5 \times 4^{-11} \times 6^{-3}} \\ &= \frac{3^{-7}}{(-3)^5} \times \frac{(-6)^2}{6^{-3}} \times \frac{(-4)^7}{4^{-11}} \\ &= \frac{3^{-7}}{(-1 \times 3)^5} \times \frac{(-1 \times 6)^2}{6^{-3}} \times \frac{(-1 \times 4)^7}{4^{-11}} \\ &= \frac{3^{-7}}{(-1)^5 \times 3^5} \times \frac{(-1)^2 \times 6^2}{6^{-3}} \times \frac{(-1)^7 \times 4^7}{4^{-11}} \\ &= \frac{(-1)^2 \times (-1)^7}{(-1)^5} \times \frac{3^{-7}}{3^5} \times \frac{6^2}{6^{-3}} \times \frac{4^7}{4^{-11}} \\ &= (-1)^{2+7-5} \times 3^{-7-5} \times 6^{2-(-3)} \times 4^{7-(-11)} \\ &= (-1)^4 \times 3^{-12} \times 6^5 \times 4^{18} \\ &= 3^{-12} \times 6^5 \times 4^{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{7^{12} \times (9^4)^3 \times 5^{-5}}{9^{10} \times (5^{-7})^6 \times 7^{-17}} \\ &= \frac{7^{12}}{7^{-17}} \times \frac{5^{-5}}{5^{-7 \times 6}} \times \frac{9^{4 \times 3}}{9^{10}} \\ &= 7^{12-(-17)} \times 5^{-5-(-42)} \times 9^{12-10} \\ &= 7^{29} \times 5^{37} \times 9^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= \left(\frac{(3^9)^2 \times 5^7}{5^{-8} \times 2^9 \times 3^{19}} \right)^3 \\ &= \left(\frac{3^{9 \times 2} \times 5^7}{3^{19} \times 5^{-8} \times 2^9} \right)^3 \\ &= (3^{18-19} \times 5^{7-(-8)} \times 2^{-9})^3 \quad \left(\text{pour rappel: } \frac{1}{2^9} = \frac{2^0}{2^9} = 2^{0-9} = 2^{-9} \right) \\ &= (3^{-1} \times 5^{15} \times 2^{-9})^3 \\ &= (3^{-1})^3 \times (5^{15})^3 \times (2^{-9})^3 \\ &= 3^{-3} \times 5^{45} \times 2^{-27} \end{aligned}$$

Exercice 2 – [3pts] – D.N.B.

$$\begin{aligned} A &= \frac{8 \times 10^4 \times 7 \times 10^2}{14 \times 10^{-3}} \\ &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 10^4 \times 7 \times 10^2}{7 \times 2 \times 10^{-3}} \\ &= \frac{7}{7} \times \frac{2 \times 2 \times 2}{2} \times \frac{10^4 \times 10^2}{10^{-3}} \\ &= 1 \times 4 \times 10^{4+2-(-3)} \\ &= 4 \times 10^{11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{25 \times 10^5 \times 9 \times 10^{-4}}{15 \times 10^5} \\ &= \frac{5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 10^5 \times 10^{-4}}{3 \times 5 \times 10^5} \\ &= \frac{5 \times 5}{5} \times \frac{3 \times 3}{3} \times \frac{10^5 \times 10^{-4}}{10^5} \\ &= 5 \times 3 \times 10^{5+(-4)-5} \\ &= 15 \times 10^{-4} \\ &= 1,5 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Exercice 3 – [6pts] – D.N.B.

1) Factoriser les expressions suivantes

$$\begin{aligned}A &= 25 - 36x^2 \\&= 5^2 - (6x)^2 \\&= (5 - 6x)(5 + 6x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= 9 + 60x + 100x^2 \\&= 3^2 + 2 \times 3 \times 10x + (10x)^2 \\&= (3 + 10x)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}C &= 2i(i - 1) + 2i(2 - i) \\&= 2i[(i - 1) + (2 - i)] \\&= 2i(i - 1 + 2 - i) \\&= 2i(1) \\&= 2i\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}D &= 25 - 10b + b^2 \\&= 5^2 + 2 \times 5 \times b + b^2 \\&= (5 + b)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}E &= (2 + x)^2 + (2 + x)(9 + x) \\&= (2 + x)(2 + x) + (2 + x)(9 + x) \\&= (2 + x)[(2 + x) + (9 + x)] \\&= (2 + x)(2 + x + 9 + x) \\&= (2 + x)(11 + 2x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F &= (3x + 1)^2 - 81 \\&= (3x + 1)^2 - 9^2 \\&= (3x + 1 - 9)(3x + 1 + 9) \\&= (3x - 8)(3x + 10)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}G &= (3d + 2)^2 - (7d + 4)^2 \\&= ((3d + 2) - (7d + 4))((3d + 2) + (7d + 4)) \\&= (3d + 2 - 7d - 4)(3d + 2 + 7d + 4) \\&= (-4d - 2)(10d + 6) \\&= 2(-2d - 1)2(5d + 3) \\&= 4(-2d - 1)(5d + 3)\end{aligned}$$

2) x désigne un nombre positif. Montrer que ce triangle est rectangle.

$$\text{On a d'une part : } (5x - 15)^2 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 15 + 15^2 = 25x^2 - 150x + 225$$

$$\begin{aligned}\text{Et on a d'autre part : } (3x - 9)^2 + (4x - 12)^2 &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 9 + 9^2 + (4x)^2 - 2 \times 4x \times 12 + 12^2 \\&= 9x^2 - 54x + 81 + 16x^2 - 96x + 144 \\&= 25x^2 - 150x + 225\end{aligned}$$

$$\text{Ainsi, } (5x - 15)^2 = (3x - 9)^2 + (4x - 12)^2.$$

Le carré d'un des côté du triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, par conséquent, d'après la réciproque du **théorème de Pythagore**, le triangle est rectangle.

3) Développer les expressions suivantes

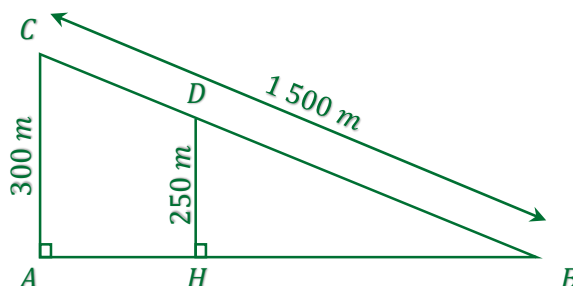
$$\begin{aligned}A &= (2y + 1)^2 \\&= (2z)^2 + 2 \times 2z \times 1 + 1^2 \\&= 4z^2 + 4z + 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B &= (3z + 5)^2 \\&= (3y)^2 + 2 \times 3y \times 5 + 5^2 \\&= 9y^2 + 30y + 25\end{aligned}$$

Exercice 4 – [3pts] – D.N.B.

Calculer la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.

Commençons par reporter les données sur la figure afin qu'elle soit plus facilement exploitable:



Comme

- Les droites (AC) et (HD) sont perpendiculaires à la même droite (AH) donc elles sont parallèles entre elles.
- Et que les droites (AB) et (CB) sont sécantes en B .

Alors

D'après le **théorème de Thalès**, on a l'égalité : $\frac{BD}{BC} = \frac{AC}{HD}$

qui peut encore s'écrire : $\frac{BD}{1500} = \frac{250}{300}$

$$\text{Ainsi, } BD = \frac{250 \times 1500}{300} = 1250.$$

Donc, la longueur DB qui lui reste à parcourir vaut 1 250 m.

Exercice 5 – [4pts] – D.N.B.

L'unité de longueur choisie est le *mètre*.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.

- **Affirmation 1 :** Pour $x = 2,5$ les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

Comme

$$\frac{EA}{EC} = \frac{x}{1,5} = \frac{2,5}{1,5} = \frac{0,5 \times 5}{0,5 \times 3} = \frac{5}{3} \text{ et } \frac{EB}{ED} = \frac{2}{x+2} = \frac{2}{2,5+3,5} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \text{ donc } \frac{EA}{EC} \neq \frac{EB}{ED}$$

Alors

D'après la réciproque du théorème de Thalès, pour $x = 2,5$ les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

- **Affirmation 2 :** pour $x = 1$, les droites (AB) et (DC) ne sont pas parallèles.

Comme

- $\frac{EA}{EC} = \frac{x}{1,5} = \frac{1}{1,5} = \frac{1 \times 2}{1,5 \times 2} = \frac{2}{3}$ et $\frac{EB}{ED} = \frac{2}{x+2} = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3}$ donc $\frac{EA}{EC} = \frac{EB}{ED}$
- Et que les points A, E, C d'une part et D, E, B d'autre part sont alignés dans cet ordre.

Alors

D'après la réciproque du théorème de Thalès, pour $x = 1$ les droites (AB) et (CD) sont parallèles.