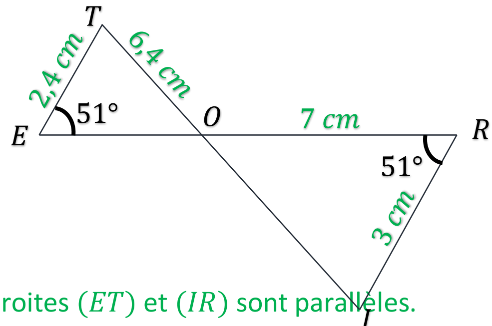
Evaluation 5 – Théorème de Thalès et sa réciproque – Sujet A

Exercice 1 – [4pts] D.N.B.



Les points T, O, I sont alignés et les points R, O, E aussi.
On donne $ET = 2{,}4\ cm$; $OT = 6{,}4\ cm$; $OR = 7\ cm$ et $RI = 3\ cm$.
Calculer en justifiant, les longueurs OE, OI et ER.
On commence par reporter les données sur la figure !

- **Calculons OE :**

Comme les angles $\widehat{TEO}$ et $\widehat{ORI}$ sont alternes-internes et égaux, alors les droites (ET) et (IR) sont parallèles.
On reconnaît une configuration de Thalès formée par les droites (TI) et (ER) sécantes en O et les droites (ET) et (RI) parallèles entre elles. Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{OE}{OR} = \frac{ET}{RI}$ soit encore : $\frac{OE}{7} = \frac{2{,}4}{3}$ donc $OE = \frac{7\times 2{,}4}{3} = 5{,}6$.
Donc : $OE = 5{,}6\ cm$.

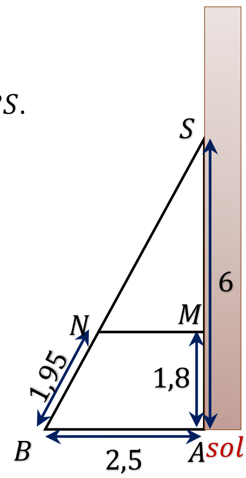
- **Calculons ER :**

Comme E, O, R sont alignés dans cet ordre, alors : $ER = EO + OR = 5{,}6 + 7 = 12{,}6$.
Donc, $ER = 12{,}6\ cm$.

- **Calculons OI :**

Comme les droites (TI) et (ER) sécantes en O et les droites (ET) et (RI) parallèles entre elles. Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{OT}{OI} = \frac{ET}{RI}$ soit encore : $\frac{6{,}4}{OI} = \frac{2{,}4}{3}$ donc $OE = \frac{6{,}4\times 3}{2{,}4} = 8$.
Donc : $OE = 8\ cm$.

Exercice 2 – [6pts] D. N.B.



Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois.
Les mesures indiquées ci-contre sont en $mètres$.

1) En considérant que le montant $[AS]$ est perpendiculaire au sol, calculer la longueur BS.
On considère que $[AS] \perp [BA]$, donc BAS est rectangle en A.
Donc d'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} BS^2 &= BA^2 + AS^2 \\ &= 2{,}5^2 + 6^2 \\ &= 6{,}25 + 36 \\ &= 42{,}25 \end{aligned}$$

Donc, $BS = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$.
Ainsi, $BS = 6{,}5\ cm$.

2) Calculer les longueurs SN et SM.

- **Calculons SN :**

On a montré que $BS = 6{,}5\ cm$ et comme B, N, S sont alignés dans cet ordre, alors $SB = SN + NB$
Ainsi, $SN = SB - NB = 6{,}5 - 1{,}95 = 4{,}55$.
Donc, $SN = 4{,}55\ cm$.

- **Calculons SM :**

Sachant que $MA = 1{,}8\ cm$ et comme S, M, A sont alignés dans cet ordre, alors $SA = SM + MA$
Ainsi, $SM = SA - MA = 6 - 1{,}8 = 4{,}2$.
Donc, $SM = 4{,}2\ cm$.

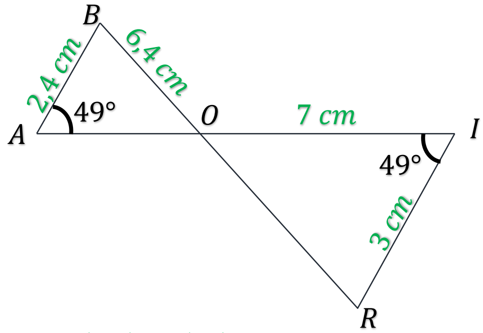
3) Démontrer que la traverse $[MN]$ est bien parallèle au sol.
Comme S, M, A d'une part et S, N, B d'autre part, sont alignés dans cet ordre, et que :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{4{,}2}{6} = 0{,}7$$
$$\frac{SN}{SB} = \frac{4{,}55}{6{,}5} = 0{,}7$$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, les droites (NM) et (BA) sont parallèles.
Ce qui implique que $[MN]$ est bien parallèle au sol.

Evaluation 4 – Théorème de Thalès et sa réciproque – Sujet B

Exercice 1 – [4pts] D.N.B.



Les points B, O, R sont alignés et les points I, O, A aussi.
On donne $AB = 2{,}4\ cm$; $OB = 6{,}4\ cm$; $OI = 7\ cm$ et $RI = 3\ cm$.

Calculer en justifiant, les longueurs OA, OR et AI.
On commence par reporter les données sur la figure !

- **Calculons OA :**

Comme les angles $\widehat{BAO}$ et $\widehat{OIR}$ sont alternes-internes et égaux, alors les droites (AB) et (RI) sont parallèles.
On reconnaît une configuration de Thalès formée par les droites (AI) et (BR) sécantes en O et les droites (AB) et (RI) parallèles entre elles. Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{OA}{OI} = \frac{AB}{RI}$ soit encore : $\frac{OA}{7} = \frac{2{,}4}{3}$ donc $OA = \frac{7 \times 2{,}4}{3} = 5{,}6$.
Donc : $OA = 5{,}6\ cm$.

- **Calculons AI :**

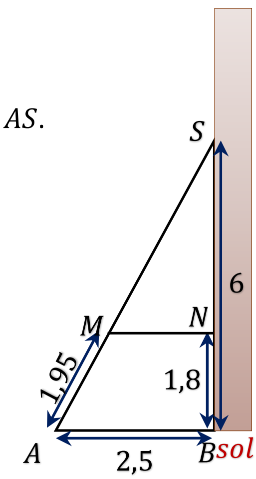
Comme A, O, I sont alignés dans cet ordre, alors : $AI = AO + OR = 5{,}6 + 7 = 12{,}6$.
Donc, $AI = 12{,}6\ cm$.

- **Calculons OR :**

Comme les droites (TI) et (ER) sécantes en O et les droites (ET) et (RI) parallèles entre elles. Donc d'après le théorème de Thalès, on a :
$\frac{OB}{OR} = \frac{AB}{IR}$ soit encore : $\frac{6{,}4}{OR} = \frac{2{,}4}{3}$ donc $OR = \frac{6{,}4 \times 3}{2{,}4} = 8$.
Donc : $OR = 8\ cm$.

Exercice 2 – [6pts] D. N.B.

Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois.
Les mesures indiquées ci-contre sont en $mètres$.



1) En considérant que le montant $[BS]$ est perpendiculaire au sol, calculer la longueur AS.
On considère que $[BS] \perp [AB]$, donc BAS est rectangle en A.
Donc d'après le théorème de Pythagore :
$AS^2 = AB^2 + BS^2$
$= 2{,}5^2 + 6^2$
$= 6{,}25 + 36$
$= 42{,}25$
Donc, $AS = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5$.
Ainsi, $AS = 6{,}5\ cm$.

2) Calculer les longueurs SM et SN.

- **Calculons SM :**

On a montré que $AS = 6{,}5\ cm$ et comme A, M, S sont alignés dans cet ordre, alors $SA = SM + MA$
Ainsi, $SM = SA - MA = 6{,}5 - 1{,}95 = 4{,}55$.
Donc, $SM = 4{,}55\ cm$.

- **Calculons SN :**

Sachant que $NB = 1{,}8\ cm$ et comme S, N, B sont alignés dans cet ordre, alors $SB = SN + NB$
Ainsi, $SN = SB - NB = 6 - 1{,}8 = 4{,}2$.
Donc, $SN = 4{,}2\ cm$.

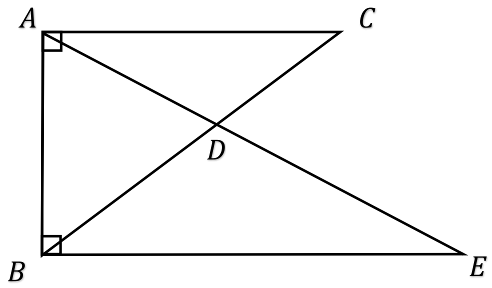
3) Démontrer que la traverse $[MN]$ est bien parallèle au sol.
Comme S, M, A d'une part et S, N, B d'autre part, sont alignés dans cet ordre, et que :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{4{,}55}{6{,}5} = 0{,}7$$
$$\frac{SN}{SB} = \frac{4{,}2}{6} = 0{,}7$$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, les droites (MN) et (AB) sont parallèles.
Ce qui implique que $[MN]$ est bien parallèle au sol.

Exercice 1 – [5pts] D.N.B.

Voici une figure codée réalisée à main levée :

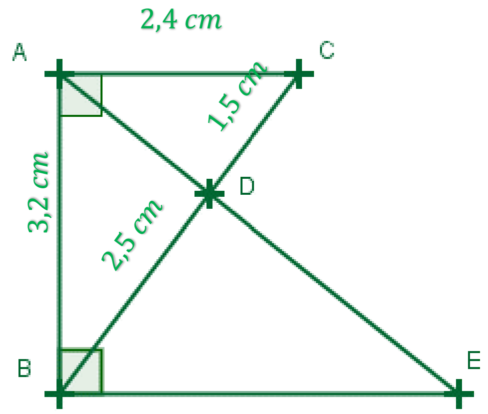


On sait que

- La droite (AC) est perpendiculaire à la droite (AB).
- La droite (EB) est perpendiculaire à la droite (AB).
- Les droites (AE) et (BC) se coupent en D.
- $AC = 2{,}4\ cm$; $AB = 3{,}2\ cm$; $BD = 2{,}5\ cm$ et $DC = 1{,}5\ cm$.

1) Réaliser la figure en vraie grandeur.

A construire à la règle et au compas.



2) Déterminer l'aire du triangle ABE.

Pour déterminer l'aire du triangle ABE, nous devons commencer par déterminer la longueur BE.

- **Calculons BE :**

Comme (AC) et (BE) sont perpendiculaire à la même droite (AB) alors $(AC)//(BE)$.
De plus, (AE) et (BC) sont sécantes en D. Donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{AC}{BE} = \frac{DC}{DB}$ ou encore $\frac{2{,}4}{BE} = \frac{1{,}5}{2{,}5}$. Donc, $BE = \frac{2{,}4 \times 2{,}5}{1{,}5} = 4$.

Donc $BE = 4\ cm$.

- **Calculons alors A_{ABE} :**

$$\begin{aligned} A_{ABE} &= \frac{base \times hauteur}{2} \\ &= \frac{BE \times BA}{2} \\ &= \frac{4 \times 3{,}2}{2} \\ &= 6{,}4 \end{aligned}$$

Ainsi, $A_{ABE} = 6{,}4\ cm^2$.

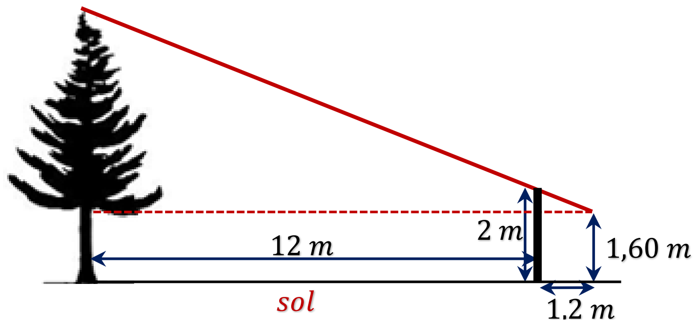
Exercice 2 – [5pts] D.N.B.

Teiki se promène en montagne et aimerait connaître la hauteur d'un Pinus (ou Pin des Caraïbes) situé devant lui. Pour cela, il utilise un bâton et prend quelques mesures au sol.

Il procède de la façon suivante :

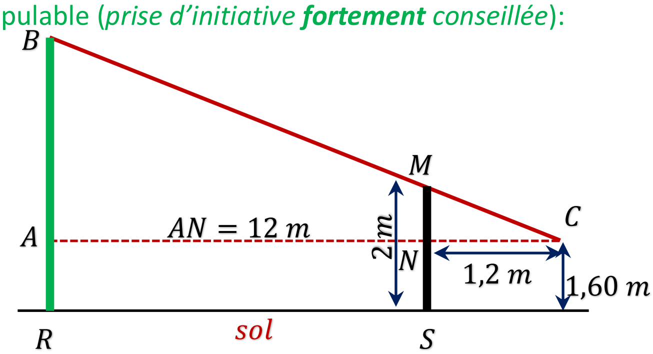
- Il pique le bâton en terre, verticalement, à $12\ mètres$ du Pinus.
- La partie visible (hors du sol) du bâton mesure $2\ m$.
- Teiki se place derrière le bâton, de façon à ce que son œil, situé à $1{,}60\ m$ au dessus du sol, voie en alignement le sommet de l'arbre et l'extrémité du bâton.
- Teiki marque sa position au sol, puis mesure la distance entre sa position et le bâton. Il trouve alors $1{,}2\ m$.

On peut représenter cette situation à l'aide du schéma ci-dessous :



Quelle est la hauteur du Pinus au-dessus du sol ?

Commençons par refaire la figure de façon un peu plus manipulable (*prise d'initiative* ***fortement*** *conseillée*):



La figure étant refaite, on détermine la hauteur du Pinus en déterminant la longueur RB.
Il s'agira donc de calculer AB, puis connaissant $RA = 1{,}60\ m$, on obtiendra RB avec $RB = RA + AB$.
Pour cela :

- **Calculons AB :**

  Comme $[MS] \perp [RS]$ et $[BR] \perp [RS]$ alors on en déduit que $[MS]//[RS]$.
  De plus, (AC) et (BC) sont sécantes en C, donc d'après le théorème de Thalès, on a :

  $\frac{MN}{AB} = \frac{CN}{CA}$ ou encore $\frac{MS-NS}{AB} = \frac{CN}{CN+NA}$ donc $\frac{2-1{,}6}{AB} = \frac{1{,}2}{1{,}2+12}$

  Donc $AB = \frac{0{,}4 \times 13{,}2}{1{,}2} = 4{,}4.$

Ainsi, on en déduit $BR = BA + AR = 4{,}4 + 1{,}6 = 6.$

Donc, le Pinus mesure $6\ m$ de hauteur.