Correction Evaluation 4 – Calcul littéral – SUJET A

Exercice 1 – [2pts] – COURS

Compléter ces égalités :

Forme factorisée	Forme développée
$(a+b)^2$ =	$a^2+2ab+b^2$
$(a-b)(a+b)$ =	a^2-b^2

Exercice 2 – [8pts] – Application directe

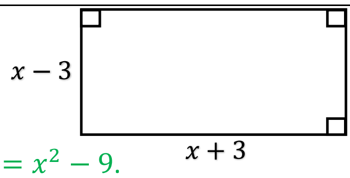
1) Développer puis réduire les expressions suivantes

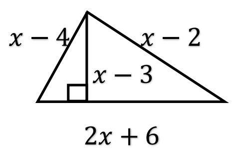
$A=(5+3x)^2$ $=5^2+2\times 5\times 3x+(3x)^2$ $=25+30x+9x^2$	$B=(4-x)^2$ $=4^2-2\times 4\times x+x^2$ $=16-8x+x^2$
$C=(x-3)(x+3)$ $=x^2-3^2$ $=x^2-9$	$D=3(x+4)^2-2$ $=3(x^2+2\times x\times 4+4^2)-2$ $=3(x^2+8x+16)-2$ $=3x^2+24x+48-2$ $=3x^2+24x+46$

2) Factoriser les expressions suivantes

$A=4-(2-x)^2$ $=2^2-(2-x)^2$ $=\big(2-(2-x)\big)\big(2+(2-x)\big)$ $=(2-2+x)(2+2-x)$ $=x(4-x)$	$B=36x^2-49$ $=(6x)^2-7^2$ $=(6x-7)(6x+7)$
$C=25x^2-10x+1$ $=(5x)^2-2\times 5x\times 1+1$ $=(5x+1)^2$	$D=64+16x+x^2$ $=8^2+2\times 8\times x+x^2$ $=(8+x)^2$

Exercice 3 – [5pts] – Calcul littéral et géométrie





1) Les figures ci-contre ont-elles la même aire ?

$Aire\ du\ rectangle=(x+3)(x-3)=x^2-3^2=x^2-9.$

$Aire\ du\ triangle=\frac{(2x+6)\times(x-3)}{2}=\frac{2(x+3)(x-3)}{2}=(x+3)(x-3)=x^2-9.$

Ces deux aires sont donc égales.

2) Ont-elles le même périmètre ?

$Périmètre\ du\ rectangle=2\times\big((x-3)+(x+3)\big)=2\times(2x)=4x.$

$Périmètre\ du\ triangle=\ 2x+6+x-4+\ x-2=4x.$

Ces deux périmètres sont donc égaux.

Evaluation 4 – Calcul littéral – SUJET B

Exercice 1 – [2pts] – COURS

Compléter ces égalités :

Forme factorisée		Forme développée
$(a-b)^2$	$=$	$a^2-2ab+b^2$
$(a+b)^2$	$=$	$a^2+2ab+b^2$

Exercice 2 – [8pts] – Application directe

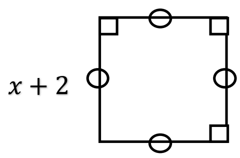
1) Développer puis réduire les expressions suivantes

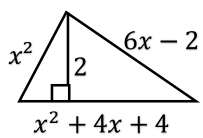
$A=(2+x)^2$ $=2^2+2\times 2\times x+x^2$ $=4+4x+x^2$	$B=(7x-4)^2$ $=(7x)^2-2\times 7x\times 4+4^2$ $=49x^2-56x+16$
$C=(3-x)(3+x)$ $=3^2-x^2$ $=9-x^2$	$D=2(x+5)^2-3$ $=2(x^2+2\times x\times 5+5^2)-3$ $=2(x^2+10x+25)-3$ $=2x^2+20x+50-3$ $=2x^2+20x+47$

2) Factoriser les expressions suivantes

$A=(x+9)^2-16$ $=(x+9)^2-4^2$ $=(x+9-4)(x+9+4)$ $=(x+5)(x+13)$	$B=x^2-900$ $=x^2-30^2$ $=(x-30)(x+30)$
$C=16x^2-40x+25$ $=(4x)-2\times 4x\times 5+5^2$ $=(4x-5)^2$	$D=44x+121+4x^2$ $=4x^2+44x+121$ $=(2x)^2+2\times 2x\times 11+11^2$ $=(2x+11)^2$

Exercice 3 – [5pts] – Calcul littéral et géométrie





1) Les figures suivantes ont-elles la même aire ?

$Aire\ du\ carré = (x+2)^2 = x^2+2\times x\times 2+2^2 = x^2+4x+4.$

$Aire\ du\ triangle = \frac{(x^2+4x+4)\times 2}{2} = x^2+4x+4.$

Ces deux aires sont égales.

2) Ont-elles le même périmètre ?

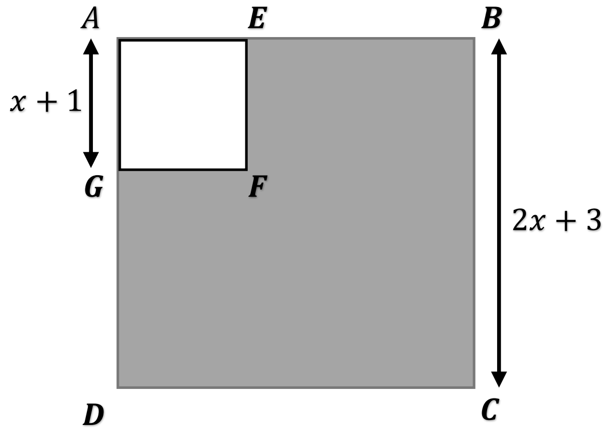
$Périmètre\ du\ carré = 4\times(x+2) = 4x+8.$

$Périmètre\ du\ triangle = x^2+4x+4+6x-2+x^2 = 2x^2+10x+2.$

Ces deux périmètres ne sont pas égaux.

Evaluation 4 – Calcul littéral – SUJET C

Exercice 1 – [5pts] – Calcul littéral et géométrie



On considère la figure ci-contre où $ABCD$ et $AEFG$ sont des carrés. Les longueurs sont exprimées en centimètres.

1) Exprimer l'aire de la partie grisée en fonction de x.
L'aire de la partie grisée peut être obtenue en retranchant à l'aire du carré $ABCD$ celle du carré $AEFG$, on peut donc exprimer cette aire ainsi : $(2x+3)^2-(x+1)^2$.

2) Développer et réduire cette expression.
$(2x+3)^2-(x+1)^2$
$=(4x^2+2\times 2x\times 3+3^2)-(x^2+2\times x\times 1+1^2)$
$=4x^2+12x+9-x^2-2x-1$
$=3x^2+10x+8.$

3) Factoriser l'expression de la question 1.
$(2x+3)^2-(x+1)^2$
$=[(2x+3)-(x+1)][(2x+3)+(x+1)]$
$=(2x+3-x-1)(2x+3+x+1)$
$=(x+2)(3x+4).$

4) Déterminer, avec le moins de calculs possible, l'aire de la partie grisée pour :

a) $x=0$;
Pour effectuer le moins de calculs possible, il convient d'utiliser pour $x=0$ la forme développée (puisqu'en effet, lorsque $x=0$ on a $3x^2=10x=0$), ainsi, l'aire de la partie grisée vaut $0+0+8=8\ cm^2$.

b) $x=2$.
Pour effectuer le moins de calculs possible, il convient d'utiliser pour $x=2$ la forme factorisée, ainsi, l'aire de la partie grisée vaut $(2+2)(3\times 2+4)=4\times 10=40\ cm^2$.

Exercice 2 – [2pts] – Calcul réfléchi

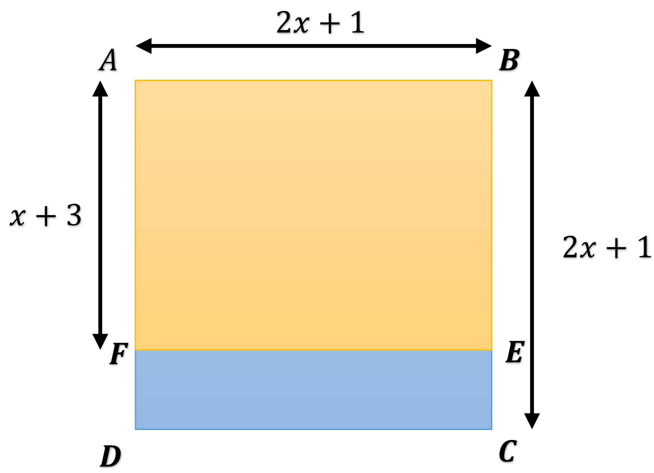
Calculer à la main et en détaillant les calculs les expressions suivantes

a) 1004×996
$=(1000+4)(1000-4)$
$=1000^2-4^2$
$=1\,000\,000-16$
$=999\,984.$

b) 52^2-48^2
$=(52+48)(52-48)$
$=100\times 4$
$=400.$

Exercice 3 – [8pts] – Problème D.N.B.

Sur la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré et $ABEF$ est un rectangle. On a $AB = BC = 2x + 1$ et $AF = x + 3$, où x désigne un nombre supérieur à 2. L'unité de longueur est le centimètre.



Partie A – Etude d'un cas particuliers : $x = 3$

1) Pour $x = 3$, calculer AB et AF.

$AB = 2 \times 3 + 1 = 6 + 1 = 7\ cm.$

$AF = 3 + 3 = 6\ cm.$

2) Pour $x = 3$, calculer l'aire du rectangle $FECD$.

$$\begin{aligned} Aire_{FECD} &= Aire_{ABCD} - Aire_{ABEF} \\ &= AB^2 - AB \times AF \\ &= 7^2 - 7 \times 6 \\ &= 49 - 42 \\ &= 7\ cm^2. \end{aligned}$$

Partie B – Etude du cas général : x désigne un nombre supérieur à 2

1) Exprimer la longueur FD en fonctions de x.

$$\begin{aligned} FD &= EC - AF \\ &= (2x + 1) - (x + 3) \\ &= 2x + 1 - x - 3 \\ &= x - 2. \end{aligned}$$

2) En déduire que l'aire de $FECD$ est égale à $(2x + 1)(x - 2)$.

$$\begin{aligned} Aire_{FECD} &= FD \times FE \\ &= FD \times AB \\ &= (x - 2)(2x + 1) \\ &= (2x + 1)(x - 2). \end{aligned}$$

3) Exprimer en fonction de x les aires du carré $ABCD$ et du rectangle $ABEF$.

$$\begin{aligned} Aire_{ABCD} &= AB^2 \\ &= (2x + 1)^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Aire_{ABEF} &= AB \times AF \\ &= (2x + 1)(x + 3). \end{aligned}$$

4) En déduire que l'aire du rectangle $FECD$ est

$$(2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3).$$

$$\begin{aligned} Aire_{FECD} &= Aire_{ABCD} - Aire_{ABEF} \\ &= (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3). \end{aligned}$$

5) Les deux aires trouvées aux questions 2) et 4) sont égales, donc :

$$(2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3) = (2x + 1)(x - 2).$$

Cette égalité traduit-elle un développement ou une factorisation ?

Le premier membre est la somme du terme $(2x + 1)^2$ et du terme $(2x + 1)(x + 3)$, et le second membre et le produit du facteur $(2x + 1)$ par le facteur $(x + 3)$.

Ainsi, cette égalité traduit une somme en produit, c'est donc une factorisation.