

Objectifs :

- Connaître la nature de la section d'une sphère par un plan.
- Calculer le rayon du cercle intersection connaissant le rayon de la sphère et la distance du plan au centre de la sphère.
- Représenter la sphère et certains de ses grands cercles.
- Calculer l'aire d'une sphère de rayon donné.
- Calculer le volume d'une boule de rayon donné.

I – Volume et surface

Définition :

- Une **sphère** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = R$.
- Une **boule** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq R$.

Remarques :

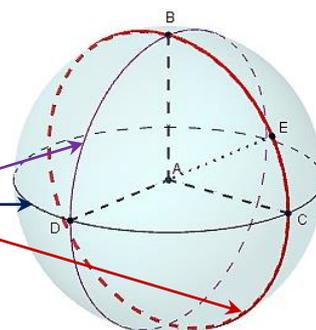
- **Une boule est un solide** : c'est à la fois la surface et l'intérieur du solide, alors que **la sphère n'est que la surface de ce solide**.
- Un diamètre d'une sphère est un segment joignant deux points de la sphère et passant par son centre.

On peut représenter une sphère en perspective.

Pour représenter un point qui appartient à la sphère, comme le point E , par exemple, on le place sur un cercle de centre A et de même rayon que la sphère.

N.B. : on appelle les cercles de centre A des **grands cercles de la sphère**.

Ici : $AB = AC = AD = AE$.



Propriétés :

- Une **sphère** de rayon R a pour aire : $\mathcal{A} = 4\pi R^2$
- Une **boule** de rayon R a pour volume : $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$

Exemples :

- L'aire d'une sphère de rayon 5 cm est $\mathcal{A} = 4 \times \pi \times 5^2 = 100\pi\text{ cm}^2$.
- Le volume d'une boule de rayon 3 cm est $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi\text{ cm}^3$.

II – Sections planes d’une sphère

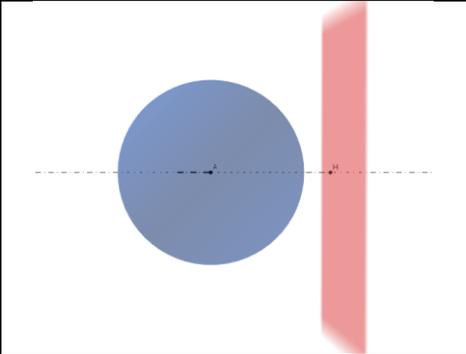
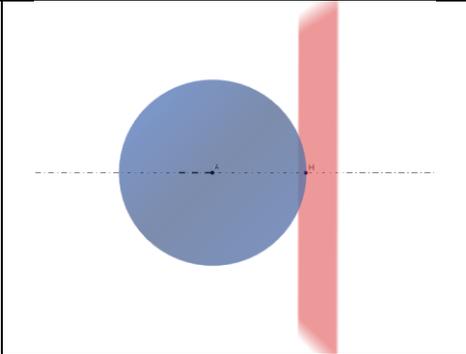
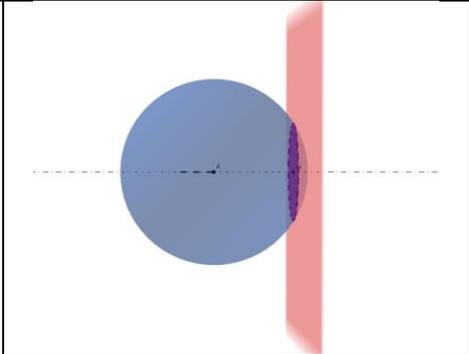
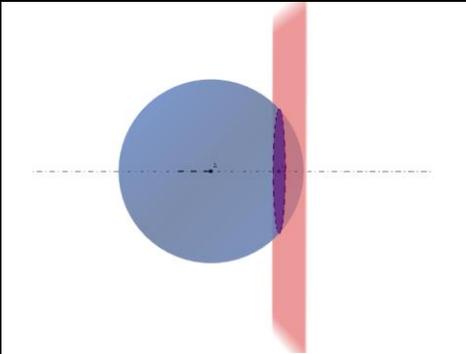
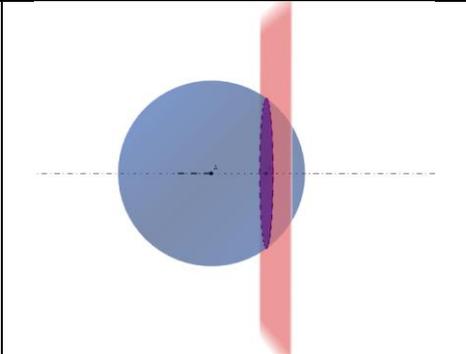
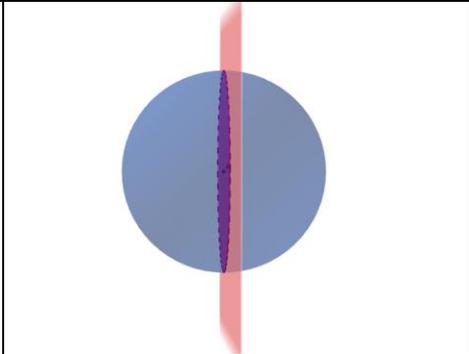
Propriétés :

La section d’une sphère par un plan est un **cercle** lorsque la sphère et le plan sont **sécants**, ou un **point** lorsque la sphère et le plan sont **tangents**.

Exemples : (S) est une sphère de centre A et de rayon r . (P) est un plan.

La droite passant par le point A et perpendiculaire au plan (P) coupe ce plan au point H .

La longueur AH est appelée la **distance du point A au plan (P)** .

		
<p>Ici $AH > r$.</p> <p>Le plan ne coupe pas la sphère, il n’y a donc pas de section de la sphère (S) par le plan (P).</p>	<p>Ici $AH = r$.</p> <p>Le plan et la sphère sont tangents au point H. La section de la sphère (S) par le plan (P) est le point H.</p>	<p>Ici $0 \leq AH < r$.</p> <p>Le plan et la sphère sont sécants. La section de la sphère (S) par le plan (P) est le cercle \mathcal{C} de centre H.</p>
		
<p>Ici $0 \leq AH < r$.</p> <p>Le plan et la sphère sont sécants. La section de la sphère (S) par le plan (P) est le cercle \mathcal{C} de centre H.</p>	<p>Ici $0 \leq AH < r$.</p> <p>Le plan et la sphère sont sécants. La section de la sphère (S) par le plan (P) est le cercle \mathcal{C} de centre H.</p>	<p>Ici $AH = 0$.</p> <p>Le point H est confondu avec le point O. La section de la sphère (S) par le plan (P) est le cercle \mathcal{C} de centre A et de rayon r. C’est un grand cercle de la sphère. La sphère est partagée en deux hémisphères.</p>

Ainsi : la section d’une boule par un plan est soit un **disque** soit un **point**.