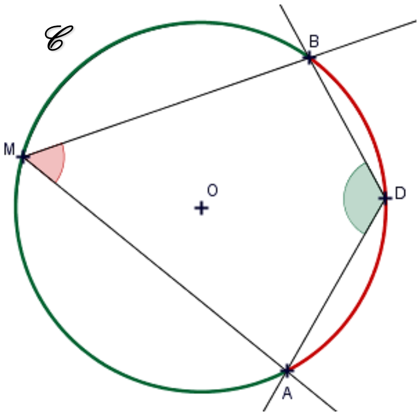
<u>Objectifs :</u>

- Connaître et utiliser la relation entre un angle inscrit et l'angle au centre qui intercepte le même arc.
- Construire un triangle équilatéral, un carré, un hexagone régulier, un octogone connaissant son centre et un sommet.

## I – Angle inscrit – Angle au centre

**<u>Définition</u>** : on considère un cercle $\mathscr{C}$ de centre $O$.
Les points $M$, $A$ et $B$sont des points de ce cercle.
Les points $A$, $M$ et $B$ appartenant au cercle $\mathscr{C}$, l'angle $\widehat{AMB}$ est un **angle inscrit** du cercle $\mathscr{C}$ et l'angle $\widehat{AOB}$ est un **angle au centre** du cercle $\mathscr{C}$.

*<u>Exemples</u>* : les points $A, B, M$ et $N$ appartiennent au cercle $C$ de centre $O$.

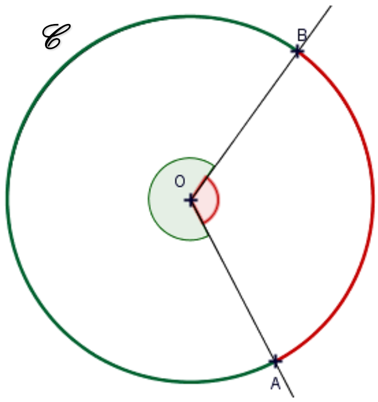



L'angle rouge $\widehat{AMB}$ est un angle inscrit :

- il intercepte le petit arc $\widehat{AB}$.

L'angle vert $\widehat{ANB}$ est un angle inscrit :

- il intercepte le grand arc $\widehat{AB}$.




L'angle rouge $\widehat{AOB}$ est un angle au centre :

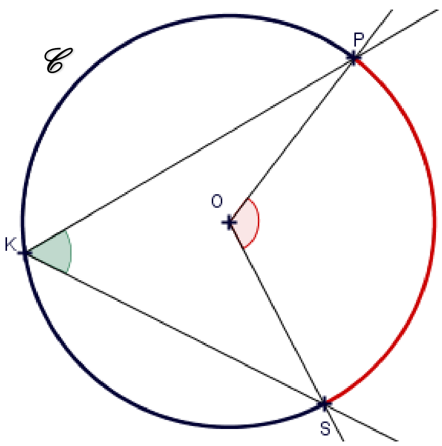
- il intercepte le petit arc $\widehat{AB}$.

L'angle vert $\widehat{AOB}$ est un angle au centre :

- il intercepte le grand arc $\widehat{AB}$.

**Propriété** : dans un cercle, la mesure d'un angle inscrit est égale à la moitié de la mesure de l'angle au centre qui intercepte le même arc.

*<u>Exemple</u>* :




Le cercle $\mathscr{C}$ a pour centre $O$.

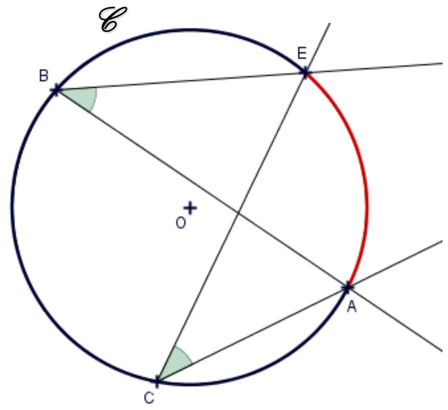
L'angle $\widehat{PKS}$ est un angle inscrit du cercle $\mathscr{C}$.
L'angle $\widehat{POS}$ est un angle au centre du cercle $\mathscr{C}$.

Ces deux angles interceptent le même arc de cercle : le petit arc $\widehat{PS}$.

Donc : $\widehat{PKS} = \frac{1}{2}\widehat{POS}$.

On peut aussi écrire : $\widehat{POS} = 2 \times \widehat{PKS}$.

**Propriété** : dans un cercle, si deux angles inscrits interceptent le même arc de cercle, alors ils ont la même mesure.




Les angles $\widehat{EBA}$ et $\widehat{ECA}$ sont deux angles inscrits du cercle $\mathscr{C}$.

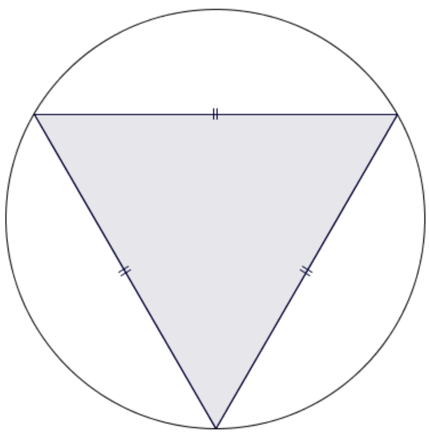
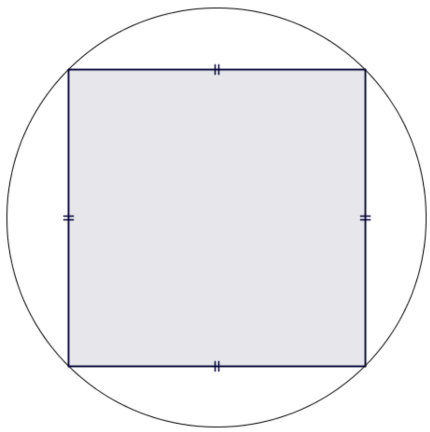
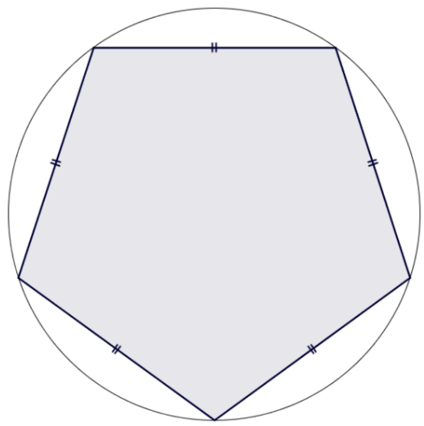
Ces deux angles interceptent le même arc de cercle : le petit arc $\widehat{AE}$.

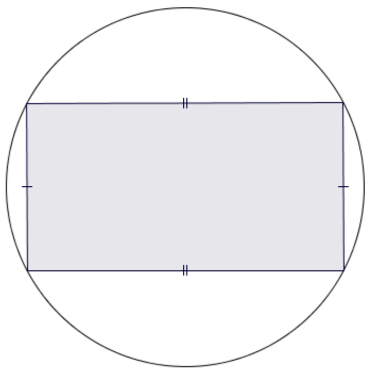
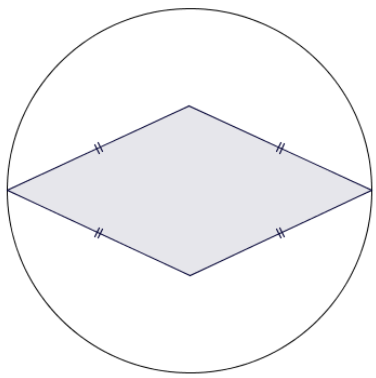
Donc : $\widehat{EBA} = \widehat{ECA}$.

## II – Polygones réguliers

**Définition** : un **polygone régulier** est un polygone dont tous les sommets appartiennent à un même cercle et dont tous les côtés ont la même longueur. Le centre du cercle est appelé **centre du polygone régulier**.

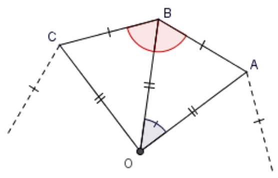
*Exemples*

| Polygones réguliers | | |
|---|---|---|
|  |  |  |
| Triangle équilatéral | Carré | Pentagone régulier |

| Polygones non réguliers | |
|---|---|
|  |  |
| Rectangle | Losange |

**Vocabulaire** : on considère u polygone régulier de centre $O$.

- Les points $A, B$ et $C$ sont trois **sommets consécutifs du polygone**.
- L'angle $\widehat{ABC}$ est un **angle du polygone**.
- L'angle $\widehat{AOB}$ est un **angle au centre du polygone**.



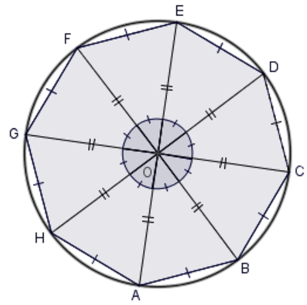

**Propriétés** :

- Si un polygone est régulier, alors **tous ses angles ont la même mesure**.
- Si un polygone est régulier, alors **tous ses angles au centre ont la même mesure**.
- Si un polygone régulier possède $n$ côtés alors **chacun de ses angles au centre mesure** $\frac{360°}{n}$.

*Exemple* :

Un octogone régulier possède 8 côtés.

- Tous ses angles ont même mesure : $\widehat{HAB} = \widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \cdots = \widehat{GHA}$.
- On a donc $\widehat{EOD} = \widehat{DOC} = \frac{360°}{8} = 45°$.
- Les huit angles au centre d'un octogone régulier mesurent chacun $45°$.




**Propriété** :

Si un polygone est **inscrit dans un cercle** et si **tous des angles au centre ont la même mesure**, alors ce polygone est régulier.

*Exemple* :

On a $OA = OB = OC = OD$ et $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOA}$.

Donc, le pentagone $ABCDE$ est un pentagone régulier.

Ainsi, $AB = BC = CD = DE = EA$.