

Objectifs :

- Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.
- Connaître et utiliser la relation $y = ax + b$ entre les coordonnées $(x ; y)$ d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax + b$.
- Déterminer une fonction affine à partir de la donnée de deux nombres et de leurs images.
- Représenter graphiquement une fonction affine.
- Lire et interpréter graphiquement les coefficients d'une fonction affine représentée par une droite.
- Déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère.

I – Définition et notation

Définition : une fonction affine est une fonction qui, à un nombre x , associe le nombre $ax + b$, où a et b sont deux nombres réels donnés. On la note $f : x \mapsto ax + b$. Elle est définie par l'expression $f(x) = ax + b$.

Exemple : la fonction qui, à un nombre, associe la somme de son triple et de 4 est une fonction affine. On la note $f : x \mapsto 3x + 4$. Elle est définie par l'expression $f(x) = 3x + 4$.

Cas particuliers :

- Une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$, où $b = 0$, est une fonction linéaire. En effet, dans ce cas : $f : x \mapsto ax$.
- Une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$, où $a = 0$, est une fonction constante. En effet, dans ce cas : $f : x \mapsto b$.

II – Représentation graphique

Propriété : dans un repère, la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$ est une droite.

Remarques

- a est appelé le coefficient directeur de la droite et b est appelé l'ordonnée à l'origine.
- la droite représentative d'une fonction affine d'ordonnée à l'origine b passe par le point de coordonnées $(0; b)$.

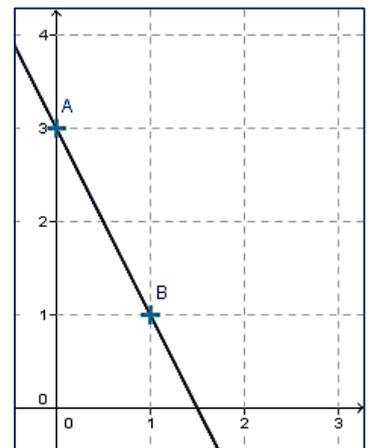
Exemple :

Considérons la fonction $f : x \mapsto -2x + 3$.

On construit le tableau de valeurs suivant :

| | | |
|--------|---|---|
| x | 0 | 1 |
| $f(x)$ | 3 | 1 |

Donc, la représentation graphique de la fonction f est la droite passant par les points $A(0; 3)$ et $B(1; 1)$.



Propriété : f est une fonction affine de la forme $f(x) = ax + b$. Si x_1 et x_2 sont deux nombres tels que $x_1 \neq x_2$, alors :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Remarque

Cette propriété, appelée **proportionnalité des accroissements**, signifie que les accroissements de $f(x)$ et de x sont proportionnels. Le coefficient de proportionnalité est a .

Exemple :

On considère la fonction affine f telle que $f(2) = 3$ et $f(5) = 4$. Le coefficient directeur de la droite représentative de f est égal à :

$$a = \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{4 - 3}{5 - 2} = \frac{1}{3}$$