Chapitre 11 – CONFIFURATIONS DANS L'ESPACE

Objectifs :

- Connaître et utiliser la nature des sections du cube, du parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face, à une arête.
- Connaître et utiliser la nature des sections du cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à son axe.
- Connaître et utiliser les sections d'un cône de révolution et d'une pyramide par un plan parallèle à la base.
- Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir.
- Connaître et utiliser le fait que, dans un agrandissement (respectivement une réduction) de rapport k :
  - L'aire d'une surface est multipliée (respectivement divisée) par k^2.
  - Le volume d'un solide est multiplié (respectivement divisé) par k^3.

I – Sections planes de solides

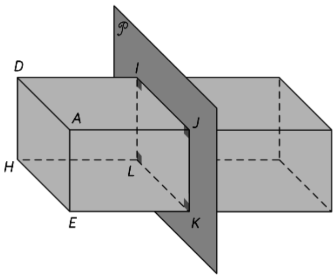
Définition : on appelle section d'un solide par un plan, l'ensemble des points qui constituent l'intersection de ce solide avec ce plan.

1 – Cube et parallélépipède rectangle

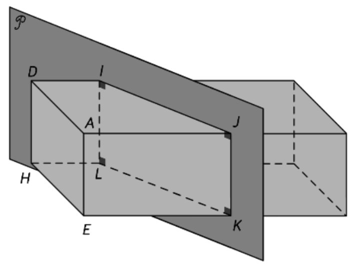
Propriétés :

- La section d'un parallélépipède rectangle (respectivement d'un cube) par un plan parallèle à l'une de ses faces est un rectangle (respectivement un carré) de même dimensions que cette face.
- La section d'un parallélépipède rectangle (respectivement d'un cube) par un plan parallèle à une de ses arêtes est un rectangle.

Exemples : section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face ou à une arête.



Le plan $\mathscr{P}$ est parallèle à la face $AEHD$.
La section est le rectangle $JKLI$.
De plus, on a : $JK = AE$ et $IJ = DA$.



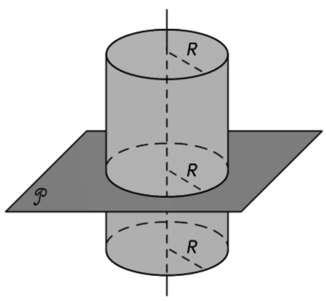
Le plan $\mathscr{P}$ est parallèle à l'arête $[AE]$.
La section est le rectangle $JKLI$.
De plus, on a : $JK = AE$.

2 – Cylindre

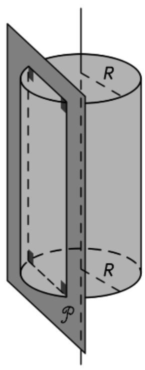
Propriétés :

- La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à ses bases est un disque de même rayon que le disque de base.
- La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à ses bases est un rectangle.

Exemples : section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle ou perpendiculaire à ses bases



Le plan $\mathscr{P}$ est parallèle aux bases du cylindre.
La section est un disque de rayon R parallèle aux bases.

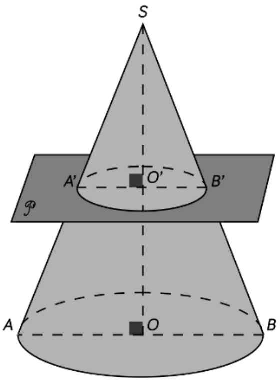


Le plan $\mathscr{P}$ est perpendiculaire aux bases du cylindre.
La section est le rectangle perpendiculaire aux bases.

3 – Cône et pyramide

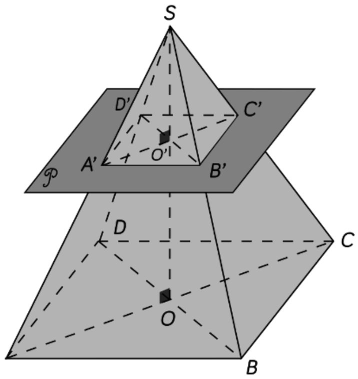
Propriétés :
- La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un disque qui est une réduction du disque de base.
- La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone qui est une réduction du polygone de base.

Exemples : section d'un cône de révolution par un plan parallèle et d'une pyramide par un plan parallèle à sa base



Le plan $\mathscr{P}$ est parallèle à la base du cône de révolution.
La section est un disque de centre O' et de rayon $O'A'$, réduction du disque de centre O et de rayon OA.

Le **rapport de réduction** est par exemple :
$\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{A'B'}}{\boldsymbol{AB}}$ ou encore $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{SA'}}{\boldsymbol{SA}}$ ou encore $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{SO'}}{\boldsymbol{SO}}$



Le plan $\mathscr{P}$ est parallèle à la base de la pyramide.
La section est le rectangle $A'B'C'D'$, réduction du rectangle $ABCD$.

Le **rapport de réduction** est par exemple :
$\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{A'B'}}{\boldsymbol{AB}}$ ou encore $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{SA'}}{\boldsymbol{SA}}$ ou encore $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{SO'}}{\boldsymbol{SO}}$

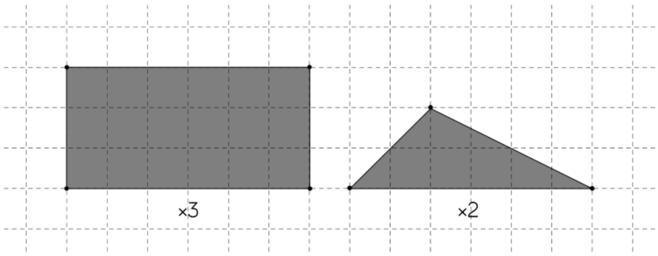
II – Agrandissement et réduction

Définitions :
- **Réduire** les dimensions d'une figure ou d'un solide, c'est multiplier ses dimensions par un nombre compris entre 0 et 1.
- **Agrandir** les dimensions d'une figure ou d'un solide, c'est multiplier ses dimensions par un nombre supérieur à 1.

Propriété : quand on multiplie les dimensions d'une figure ou d'un solide par un nombre k, son aire est multipliée par k^2.

Exemple : agrandissement d'un rectangle de rapport $\boldsymbol{k} = \mathbf{3}$ et d'un triangle de rapport $\boldsymbol{k} = \mathbf{2}$.

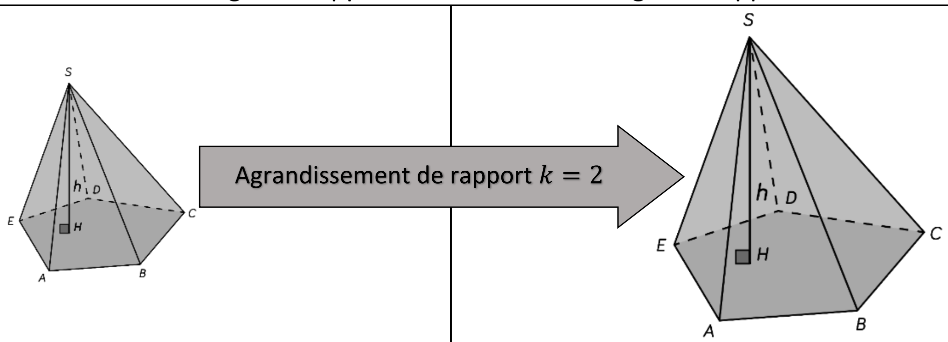
L'aire du rectangle est de $2\ u.a.$
L'aire du triangle est de $1{,}5\ u.a.$



L'aire du rectangle est de $2 \times 3^2 = 18\ u.a.$
L'aire du triangle est de $1{,}5 \times 2^2 = 6\ u.a.$

Propriété : quand on multiplie les dimensions d'un solide par un nombre k, son volume est multipliée par k^3.

Exemple : agrandissement d'un rectangle de rapport $\boldsymbol{k} = \mathbf{3}$ et d'un triangle de rapport $\boldsymbol{k} = \mathbf{2}$.



Le volume de cette pyramide est de $4\ cm^3$.

Le volume de cette pyramide est de $4 \times \mathbf{2^3} = 32\ cm^3$.