DHC 4 – CALCUL LITTERAL
A rendre Vendredi 16 Octobre

Exercice 1 – Prise d'initiative

Le carré d'un nombre impair est-il pair ou impair ? Le prouver.

Vous présenterez votre démarche en faisant figurer toutes les pistes de recherche même si elles n'ont pas abouti.

Par définition, un nombre pair est le double d'un nombre entier, il s'écrit donc $\mathbf{2n}$ où n désigne un nombre entier quelconque.

On en déduit donc qu'un nombre impair s'écrit $\mathbf{2n+1}$.

Ainsi, le carré d'un nombre impair s'écrit $(2n+1)^2$, et la forme développée de cette expression est :

$(2n)^2 + 2 \times 2n \times 1 + 1^2$

$= 4n^2 + 4n + 1$

Maintenant, pour savoir si ce nombre est pair ou impair, il suffit de savoir si il s'écrire :

- comme $2 \times (un\ nombre\ entier)$

  ou
- comme $2 \times (un\ nombre\ entier) + 1$

On repère dans l'expression $4n^2 + 4n + 1$ les termes $4n^2$ et $4n$ qui sont des multiples de 2, donc on peut écrire :

$$4n^2 + 4n + 1 = 2 \times 2n^2 + 2 \times 2n + 1$$

Et en factorisant les deux premiers termes par 2, on obtient :

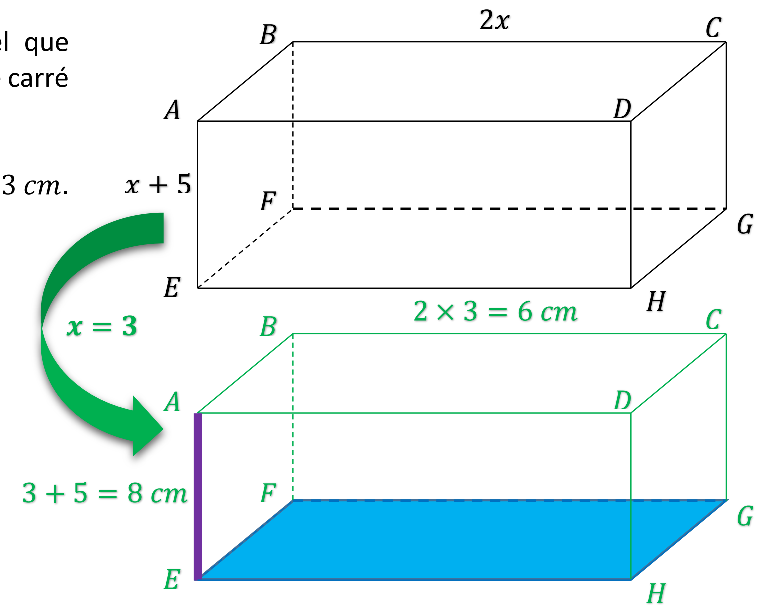
$$2 \times 2n^2 + 2 \times 2n + 1 = 2(2n^2 + 2n) + 1$$

De plus, le nombre $2n^2 + 2n$ est un nombre entier.

Donc $2(2n^2+2n)+1$ est l'écriture de $(2n+1)^2$ sous la forme $2 \times (un\ nombre\ entier) + 1$.

Exercice 2 – Géométrie dans l'espace

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle tel que $BC = AD = EH = FG = 2x$ et dont une face est le carré $ABFE$ de côté $x+5$.



1)

a) Calculer l'aire totale de ses faces pour $x = 3\ cm$.

Aire des 2 faces carrées :

$\mathcal{A}_{\text{carrés}} = 2 \times 8 \times 8 = 128\ cm^2$.

Aire des 4 faces rectangulaires :

$\mathcal{A}_{\text{rectangles}} = 4 \times 6 \times 8 = 192\ cm^2$.

Aire totale :

$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 128 + 192 = 320\ cm^2$.

b) Calculer son volume pour $x = 3\ cm$.

Volume du parallélépipède :

$\mathcal{V} = Aire\ de\ la\ base \times hauteur$

$= EF \times FG \times AE$

$= 8 \times 6 \times 8$

$= 384\ cm^3$.

2)

a) Exprimer, en fonction de x, l'aire de la face carrée $ABFE$. Donner le résultat sous forme développée et réduite. $\mathcal{A}_{\text{ABFE}} = AB^2 = (x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$.

b) Exprimer, en fonction de x, l'aire de la face rectangulaire $ABCD$. Donner le résultat sous forme développée et réduite. $\mathcal{A}_{\text{ABCD}} = AB \times BC = (x+5) \times 2x = 2x^2 + 10x$.

c) En déduire l'expression réduite de l'aire totale des faces de $ABCDEFGH$.

$\mathcal{A}_{\text{totale}} = 2 \times \mathcal{A}_{\text{ABFE}} + 4 \times \mathcal{A}_{\text{ABCD}}$

$= 2(x^2 + 10x + 25) + 4(2x^2 + 10x)$

$= 2x^2 + 20x + 50 + 8x^2 + 40x$

$= 10x^2 + 60x + 50$

3) Exprimer, en fonction de x, le volume de $ABCDEFGH$. Donner le résultat sous forme développée et réduite.

$\mathcal{V} = Aire\ de\ la\ base \times hauteur$

$= (x+5) \times 2x \times (x+5)$

$= 2x(x+5)^2$

$= 2x(x^2 + 10x + 25)$

$= 2x^3 + 20x^2 + 50x$