

Correction DHC 14 – Equations

Exercice 1 – [15min]

On considère la fonction f définie par $g(t) = (6 - t)^2$.

1. Quelle est l'image de 3 par g ? Calculer $g(-7)$.

▪ Calculons $g(3)$:

$$g(3) = (6 - 3)^2 = 3^2 = 9$$

Donc, 3 a pour image 9 par g .

▪ On a $g(-7) = (6 - (-7))^2 = 13^2 = 169$.

2. Quels sont les antécédents de 81 par g ?

Résolvons l'équation $g(t) = 81$.

$$(6 - t)^2 = 81$$

$$i.e. (6 - t)^2 - 81 = 0$$

$$i.e. (6 - t)^2 - 9^2 = 0$$

$$i.e. (6 - t - 9)(6 - t + 9) = 0$$

$$i.e. (-3 - t)(15 - t) = 0 \text{ est une équation-produit nul}$$

$$i.e. -3 - t = 0 \text{ OU } 15 - t = 0$$

$$i.e. t = -3 \text{ OU } t = 15$$

Donc, $S = \{-3; 15\}$.

3. Résoudre $g(t) = -36$.

L'équation $g(t) = -36$ peut encore s'écrire $(6 - t)^2 = -36$, or $(6 - t)^2$ est un carré donc est positif.

Ainsi, l'équation n'a pas de sens, donc n'a pas de solution. $S = \emptyset$.

4. Résoudre $g(t) - 144 = 0$.

L'équation $g(t) - 144 = 0$ peut encore s'écrire $(6 - t)^2 - 144 = 0$, or $144 = 12^2$.

On a donc : $(6 - t)^2 - 12^2 = 0$, soit encore $(6 - t - 12)(6 - t + 12) = 0$

$$i.e. (-6 - t)(18 - t) = 0 \text{ est une équation-produit nul}$$

$$i.e. -6 - t = 0 \text{ OU } 18 - t = 0$$

$$i.e. t = -6 \text{ OU } t = 18$$

Donc $S = \{-6; 18\}$.

Exercice 2 – [15min]

On donne $C = (-r + 1)^2 - (r + 2)(r - 1)$.

1. Développer et réduire C .

$$\text{On a } C = r^2 - 2r + 1 - (r^2 - r + 2r - 2)$$

$$= r^2 - 2r + 1 - r^2 - r + 2$$

$$= -3r + 3$$

2. Factoriser C .

$$\text{On a } C = (-r + 1)^2 + (r + 2)(-r + 1)$$

$$= (-r + 1)[(-r + 1) + (r + 2)]$$

$$= (-r + 1)(-r + 1 + r + 2)$$

$$= (-r + 1)3$$

3. Résoudre l'équation $C = 0$.

Résoudre $C = 0$ revient à résoudre $3(-r + 1) = 0$ soit encore $-r + 1 = 0$.

Donc, $r = 1$.

4. Résoudre l'équation $C = 16 + (r + 2)(r - 1)$.

Cette équation s'écrit aussi : $(-r + 1)^2 + (r + 2)(-r + 1) = 16 - (r + 2)(r - 1)$

$$i.e. (-r + 1)^2 - (r + 2)(r - 1) = 16 - (r + 2)(r - 1)$$

$$i.e. (-r + 1)^2 = 16$$

$$i.e. (-r + 1)^2 - 4^2 = 0$$

$$i.e. (-r + 1 - 4)(-r + 1 + 4) = 0$$

$$i.e. (-r - 3)(-r + 5) = 0 \text{ est une équation-produit nul}$$

$$i.e. -r - 3 = 0 \text{ OU } -r + 5 = 0$$

$$i.e. r = -3 \text{ OU } r = 5$$

Donc, $S = \{-3; 5\}$.

Exercice 3 – [10min]

Un pot de confiture pèse 630 g. On donne :

- La confiture est deux fois plus lourde que le bocal
- Le bocal est deux fois plus lourd que le couvercle

Combien pèse la confiture ? Le bocal ? Et le couvercle ?

Soit x la masse en *gramme* du couvercle.

Alors $2x$ est la masse du bocal et $4x$ celle de la confiture.

On a donc $x + 2x + 4x = 630$ soit encore $7x = 630$.

Ainsi, $x = \frac{630}{7} = 90$.

Donc, la confiture pèse $4 \times 90 = 360$ g ; le bocal pèse 180 g et le couvercle pèse 90 g.

Exercice 4 – [10min]

Trois sœurs offrent un cadeau à leur mère.

Nora paye le tiers du prix, Sonia paye la moitié du prix et Myriam paye 90 euros.

Quel est le prix du cadeau ?

Soit x le prix en euro du cadeau. Alors Nora paye $\frac{1}{3}x$, Sonia paye $\frac{1}{2}x$ et Myriam paye 90 euros.

On a donc : $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + 90 = x$ soit encore $6 \times \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + 90\right) = 6 \times x$ qui s'écrit encore :

$$2x + 3x + 540 = 6x$$

$$i. e. \quad 5x + 540 = 6x$$

$$i. e. \quad 540 = 6x - 5x$$

$$i. e. \quad 540 = x$$

Donc, cadeau a coûté 540 €.