CORRECTION DHC 10 - NOTION DE FONCTION

Exercice 1 – Images et antécédents

On considère trois fonctions f, g et h définies par $f(x) = 3x^2$; $g(x) = 5x - 9$ et $h(x) = \frac{1}{x+6}$.

1. Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant : $f(0)$; $g(0)$; $h(0)$.
   On a $f(0) = 3 \times 0^2 = 0$; $g(0) = 5 \times 0 - 9 = -9$ et $h(0) = \frac{1}{0+6} = \frac{1}{6}$.
   Ainsi : $g(0) < f(0) < h(0)$.
2. Ranger les nombres suivants dans l'ordre décroissant : $f(-1)$; $g(-1)$; $h(-1)$.
   On a $f(-1) = 3 \times (-1)^2 = 3 \times 1 = 3$; $g(-1) = 5 \times (-1) - 9 = -5 - 9 = -14$ et $h(-1) = \frac{1}{-1+6} = \frac{1}{5}$.
   Ainsi : $g(-1) < h(-1) < f(-1)$.
3. Comparer les images de 2 par la fonction g et par la fonction h.
   - L'image de 2 par g est $g(2) = 5 \times 2 - 9 = 10 - 9 = 1$.
   - L'image de 2 par h est $h(2) = \frac{1}{2+6} = \frac{1}{8}$.
4.

   a) Résoudre les équations suivantes : $5x - 9 = 1$ *et* $\frac{1}{x+6} = 1$

   - $5x - 9 = 1$
     - $5x = 1 + 9$
     - $5x = 10$
     - $x = \frac{10}{5}$
     - $x = 2$

   et

   - $\frac{1}{x+6} = 1$
     - $1 = 1 \times (x + 6)$
     - $1 = x + 6$
     - $1 - 6 = x$
     - $-5 = x$
     - $x = -5$

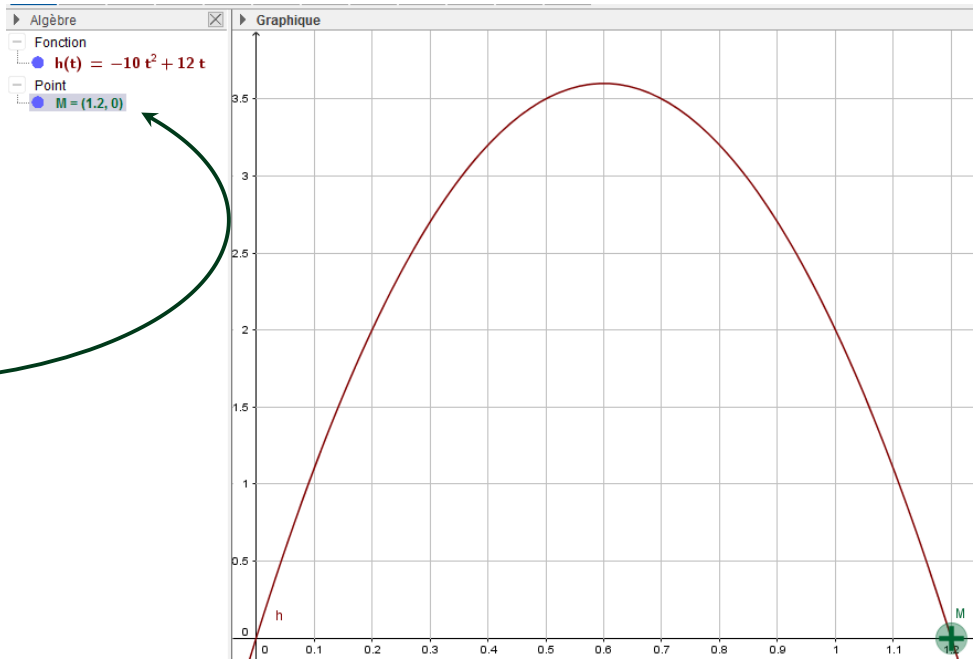
   b) Peut-on en déduire que les antécédents de 1 par les fonctions g et h sont égaux ? Expliquer.
   - Etant donné que pour $x = 2$ est solution de $5x - 9 = 1$ alors 2 est le seul antécédent de 1 par g.
   - Etant donné que pour $x = -5$ est solution de $\frac{1}{x+6} = 1$ alors -5 est le seul antécédent de 1 par h.

   Donc, on en déduit que les antécédents de 1 par g et h ne sont pas égaux.
5. Expliquer pourquoi -6 ne possède pas d'image par h.
   L'expression $\frac{1}{x+6}$ n'est pas définie si $x = -6$, puisque l'on ne divise pas par 0.
6. Expliquer pourquoi f ne possède pas d'antécédent de nombre négatif.
   L'expression $3x^2$ est le produit de 3 par x^2, or x^2 est toujours positif.
   Donc, les images de f définie par $f(x) = 3x^2$ seront toujours positives.
   Ainsi, f ne possède pas d'antécédent de nombre négatif.

Exercice 2 – Modélisation Mathématique du déplacement d'une balle

4. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique en déplaçant le point M :
   a. A quel instant t la balle retombe-t-elle au sol ?

Lorsque l'on a placé le point M mobile sur l'intersection de la courbe représentative de h avec l'axe des abscisses (qui modélise le sol), on lit dans la fenêtre algèbre $M(1.2\ ,0)$.



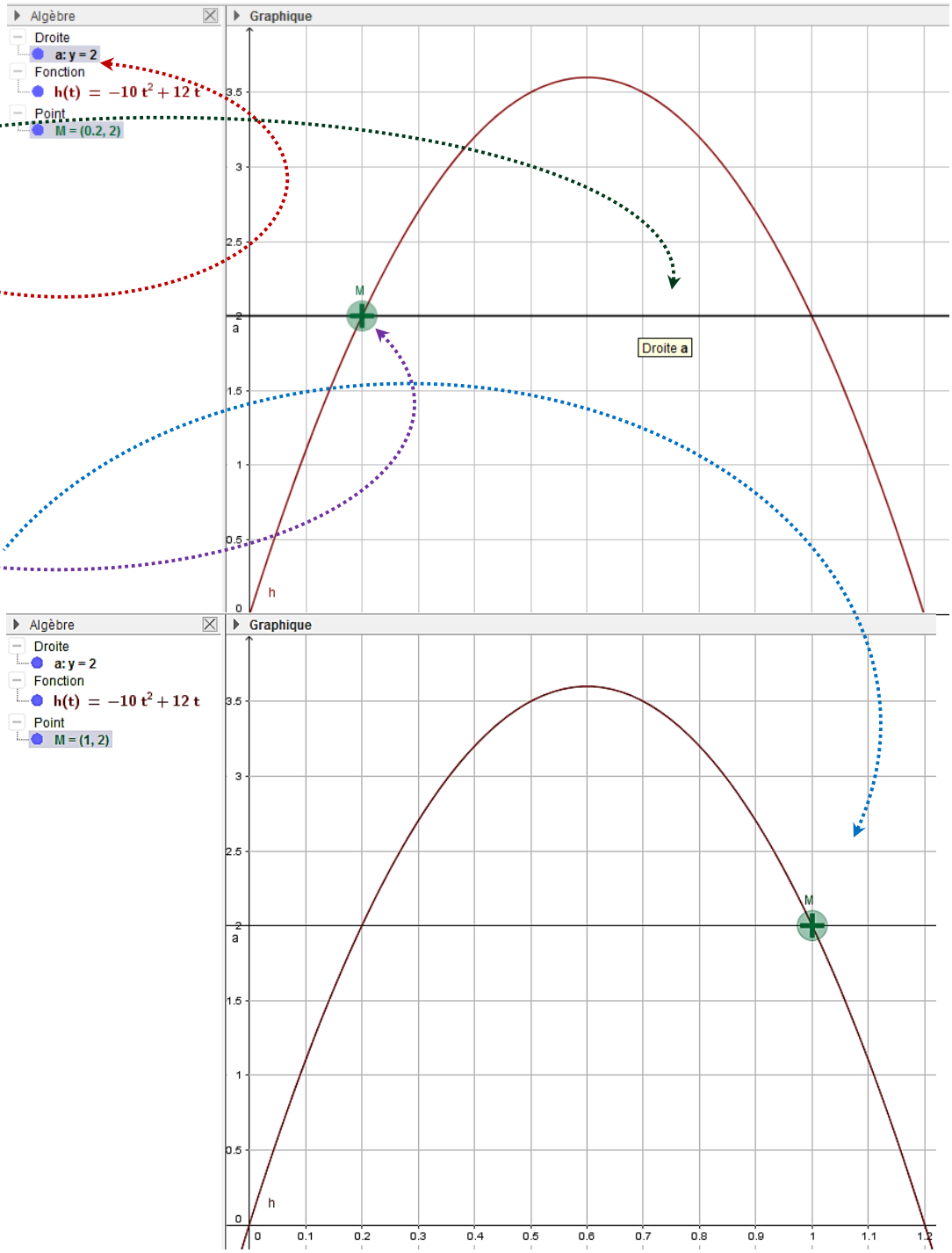
Ainsi, on en déduit que la balle **retombe** au sol à l'instant $t = 1{,}2\ s$.

b. A quel instant t la balle atteint-elle une hauteur de 2 $mètres$?

On commence par tracer la droite a.

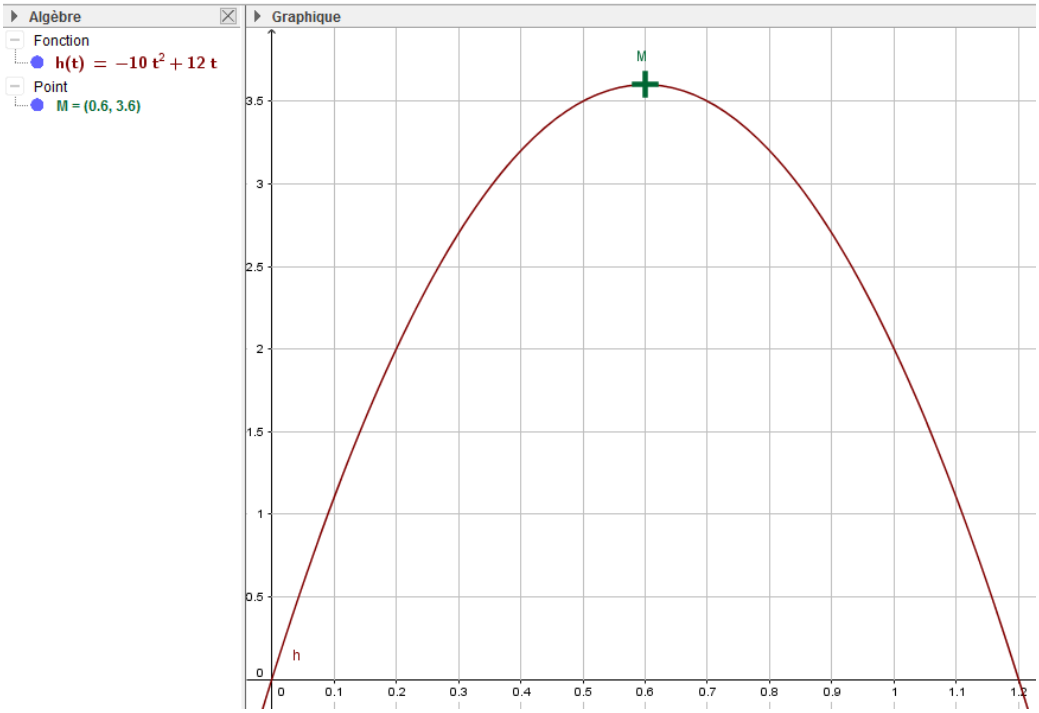
Pour cela, on tape dans la fenêtre de saisie $y = 2$.

Lorsque l'on a placé le point M mobile sur l'intersection de la courbe représentative de h avec la droite a, (d'équation $y = 2$), on lit dans la fenêtre algèbre $M(0.2\,,2)$ pour l'une des intersection et $M(1\,,2)$ pour l'autre intersection.



Ainsi, on en déduit que la balle **atteint** une hauteurde $2m$ lorsque $t = 0{,}2\ s$ et lorsque $t = 1\ s$.

c. A quel instant t la balle atteint-elle sa hauteur maximale ? quelle est cette hauteur ?



Lorsque l'on place le point M au sommet de la courbe, on lit dans la fenêtre Algèbre $M(0.6\,,3.6)$.

Ainsi, la balle atteint sa hauteur maximale lorsque $t = 0{,}6\ s$ et cette hauteur vaut $3{,}6\ m$.

5. Vérifier par le calcul les résultats conjecturés aux questions **4. a)** et **4.b)**.

On a $h(1{,}2) = -10 \times 1{,}2^2 + 12 \times 1{,}2 = 0$ donc le résultat conjecturé en 4.a) est vraie.

On a $h(0{,}2) = -10 \times 0{,}2^2 + 12 \times 0{,}2 = 2$ donc le premier résultat conjecturé en 4.b) est vraie.

On a $h(1) = -10 \times 1^2 + 12 \times 1 = 2$ donc le second résultat conjecturé en 4.b) est vraie.